

Semestre 2021-1

Antología



Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan

Seminario local de Matemáticas

Integrantes:

Cazarez Mena Pedro
Cruz Estrada Blanca Elizabeth
Garcilazo Galnares Angélica
Miranda González Adrián
León González Erik Gustavo
Muñoz Ramírez Brenda del Carmen
Nolasco Martínez Ismael
Paz Santiago Hermelinda Laura
Rosales Suárez Josemaría
Vázquez Flores Viviana
Venegas Ocampo Emelia Norma

Contenido

Presentación	1
Justificación de cada uno de los materiales y sugerencias de actividades de aprendizaje	4
Unidad I	3
Unidad II	50
Unidad III	78
Unidad IV	122
Unidad V	163

Presentación

Este material se llevó a cabo durante el ciclo 2021-1. Desafortunadamente el ciclo escolar nos tomó por sorpresa y debido a que varios de los académicos no contábamos con conocimientos tecnológicos que pudiesen ayudarnos a nuestras clases decidimos en nuestro grupo local del seminario de matemáticas, trabajar con recursos tecnológicos con la finalidad de brindarle al profesor herramientas, estrategias o materiales para su práctica docente.

En nuestros materiales se contemplan cada uno de los contenidos temáticos puesto que son de gran importancia abordarlos todos, cumpliendo con el propósito de cada unidad y basándonos en los aprendizajes buscamos estrategias didácticas, materiales, videos y demás herramientas que permitan cumplir con los aprendizajes para lograr los propósitos del curso.

No fue una tarea fácil, pues existe una gran variedad de materiales en la red, plataformas, videos y un sinfín de herramientas que son de utilidad para las clases en esta modalidad en línea, pero no todos los profesores contamos con conocimientos en dichas plataformas, empleamos muchas más horas que las habituales, se invirtió mucho tiempo en buscar materiales acordes a las clases virtuales, así como tiempo en aprender y manejar las plataformas. Aunque la universidad nos fue proporcionando cursos en línea, no fue tarea sencilla, tiempo invertido en tomar cursos, tiempo en aprender a usarlas, en buscar materiales etc. Fue todo un reto, se trabajó con la idea de que se cumplieran los aprendizajes y que no fuera complicado para los alumnos, sabemos que fue complicado transitar de las clases presenciales en línea, no es lo mismo, pero todo el trabajo y tiempo invertido se realizó en beneficio de nuestros alumnos, esta antología no hubiera sido una realidad sin el apoyo de todos y cada uno de los integrantes del seminario, agradezco todas las aportaciones y el compromiso de mis compañeros y compañeras, gracias por compartir.

Justificación de cada uno de los materiales y sugerencias de actividades de aprendizaje.

Se presentan cada una de las fichas técnicas en donde se indica la justificación de los materiales, textos o estrategias utilizadas. Empezamos con las fichas técnicas y las respectivas sinopsis correspondientes, así como las sugerencias y actividades de aprendizaje.

Se decidió incluir la justificación junto con las actividades de aprendizaje para que se siguiera la secuencia y no quedaran divididas, así tendría más significado.

Se presentan las unidades con sus respectivas fichas técnicas y los materiales empleados, iniciamos con la Unidad I, posteriormente la Unidad II, III, IV y V como se fueron trabajando.

Autor del material:	H. Laura Paz Santiago
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad I Elementos de trigonometría
Aprendizaje(s) que apoya	Resolverá problemas que involucren triángulos rectángulos
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo ✓ f) Formulario g) Problemario ✓ h) Otro	<p>Los alumnos consultaran los videos sobre trigonometría, la consulta es previa a la clase.</p> <p>El profesor les proporcionará un problemario a los alumnos, parte de él, se realizará durante la clase sincrónica y el resto del problemario se dejará como tarea.</p>
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>Estos videos fueron elegidos debido a que brindan una explicación adecuada, la ejemplificación es clara para los alumnos, esto permite que los alumnos al consultarla entiendan los elementos de un triángulo rectángulo y como puede resolverse al faltar alguno de los valores del triángulo rectángulo. Lo que facilita que los alumnos entiendan la explicación y resolución de problemas por parte del profesor durante la clase.</p>

Los materiales que se usaron en la plataforma de Classroom para las diferentes unidades se muestran a continuación, se muestran las ligas de los videos, los archivos en pdf, los cuestionarios etc.

Unidad I

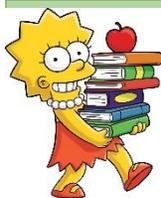
Videos sobre Trigonometría

El video de Khan Academy da una breve introducción de las razones trigonométricas, dando ejemplos de cómo encontrar o calcular algún elemento faltante del triángulo rectángulo.

En el segundo video, se muestra a un profesor dando una explicación de las seis razones trigonométricas apoyándose de un triángulo rectángulo e indicando los valores de los catetos con respecto al ángulo agudo. Se dan varios ejemplos con diferentes elementos faltantes con la finalidad de que el alumno identifique los catetos e hipotenusa con respecto al ángulo agudo y muestra cómo debe calcularse el ángulo o algún lado.

<https://es.khanacademy.org/math/math2/xe2ae2386aa2e13d6:trig/xe2ae2386aa2e13d6:trig-ratios-intro/v/basic-trigonometry>

<https://www.youtube.com/watch?v=oK9Ock1wYfM>

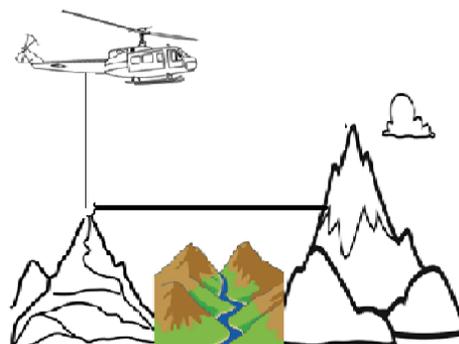


Elementos de trigonometría



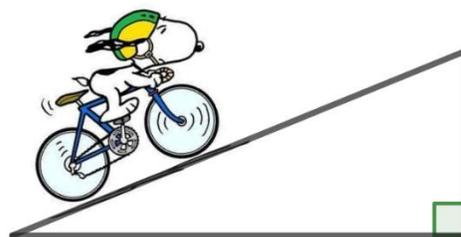
Resuelve los siguientes problemas de aplicación

1. Un dirigible que está volando a 800 m de altura distingue un pueblo con un ángulo de depresión de 12° ¿a qué distancia del pueblo se encuentra?
2. Desde la punta de un faro que se encuentra a 117 ft (pies) sobre el nivel de mar se puede ver un barco que forma un ángulo de depresión de 21° . ¿A qué distancia está el barco de la base del faro?
3. Una escalera de 5 m de longitud se apoya contra un edificio de modo que el ángulo entre el suelo y la escalera es de 77° . ¿A qué altura llega la escalera sobre el edificio?
4. Un helicóptero se halla suspendido a una altura de 1000 m sobre una cumbre de una montaña. Si el ángulo de depresión formado es de 43° calcula la distancia que existe entre el helicóptero y la otra montaña.



5. Miguel diseña un columpio con un solo asiento. Las cuerdas del columpio son de 180 cm y en su máximo balanceo se inclinan formando un ángulo de 38° . Miguel quiere que el asiento este a 0.94 m del suelo, ¿qué tan alto debe ser el poste del columpio? El columpio es para niños.
6. Un extraterrestre está parado en la punta de la torre Eiffel cuya altura es de 324 m y amenaza con destruir la ciudad de París. Un agente de los hombres de negro está parado a nivel del suelo a 54 m de distancia de la torre y apunta su pistola láser al extraterrestre ¿cuál deberá ser la medida del ángulo para que pueda dispararle al extraterrestre?
7. Desde la ventana de un edificio se ve una torre de TV que está a 600 m de distancia. El ángulo de elevación del extremo superior de la torre es de 19° y el ángulo de depresión de la base de la torre es de 21° ¿Qué altura tiene la torre?

8. En una rampa inclinada, un ciclista avanza una distancia real de 85 metros mientras avanza una distancia horizontal de tan solo 77 metros. ¿Cuál es la altura, en metros, de esa rampa? ¿Cuál es la medida del ángulo de elevación?



Autor del material:	Viviana Vázquez Flores
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad I Elementos de trigonometría
Aprendizaje(s) que apoya	Resolverá problemas que involucren triángulos rectángulos
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario g) Problemario h) Otro	Problemario El profesor proporcionará un problemario a los alumnos para que lo resuelvan como tarea, el problemario cuenta con ejemplos para apoyar la resolución. En estos ejercicios se busca que el alumno diferencie un ángulo de elevación y depresión.
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	El material presenta seis ejemplos resueltos, también presenta seis ejercicios para que el alumno desarrolle con los siguientes requerimientos: <ol style="list-style-type: none"> 1. El alumno deberá dibujar o realizar un diagrama que represente la comprensión del problema. 2. Plantear una solución del problema. 3. Resolver los problemas basándose en los problemas muestra, que nos indica como resolver. <p>Se anexa material visual de apoyo en YouTube.</p>

Ángulo elevación y depresión

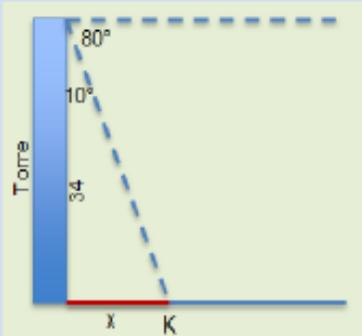
Material de apoyo para resolver problemas

ÁNGULOS DE ELEVACIÓN Y ÁNGULOS DE DEPRESIÓN

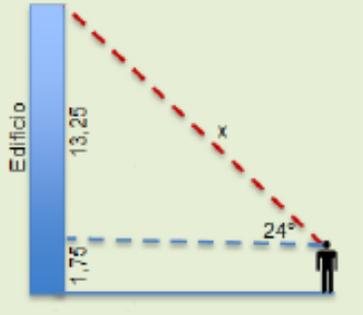
Ejemplos

1. La medida del ángulo de depresión desde lo alto de una torre de 34 m de altura hasta un punto K en el suelo es de 80° . Calcule la distancia aproximada del punto K a la base de la torre.

Solución

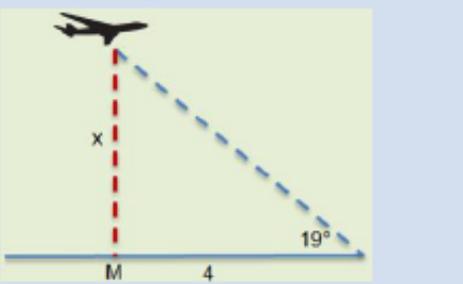
A	Se dibuja una figura representativa de la situación.	
B	Se plantea la razón trigonométrica tangente del ángulo que mide 10° para encontrar el valor de x .	$\tan 10^\circ = \frac{x}{34}$ $\Rightarrow 34 \tan 10^\circ = x$ $\Rightarrow 6 \approx x$
C	Se da respuesta al problema planteado.	La distancia aproximada desde el punto K a la base de la torre es de 6 m.

2. Un turista observa la parte más alta de un edificio de 15 m de altura, con un ángulo de elevación de 24° . Si realiza la observación con unos binoculares que sostiene a 1,75 m del suelo, calcule la distancia aproximada entre el turista y la parte más alta del edificio.

A	Se dibuja una figura representativa de la situación, dividiendo en dos partes la altura del edificio según el dato de la altura a la cual se ubican los binoculares del turista.	
B	Se plantea la razón trigonométrica seno del ángulo que mide 24° para encontrar el valor de x .	$\text{sen}24^\circ = \frac{13,25}{x}$ $\Rightarrow x = \frac{13,25}{\text{sen}24^\circ}$ $\Rightarrow x \approx 32,6$
C	Se da respuesta al problema planteado.	La distancia aproximada entre el turista y la parte más alta del edificio es de 32,6 m.

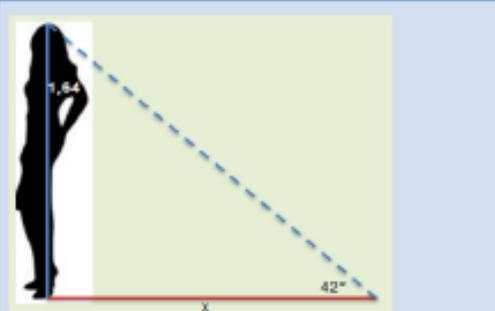
3. Cuando un avión pasa sobre un punto M ubicado en el suelo, una estación de observación que está situada a 4 km de M lo observa con un ángulo de elevación de 19° . Calcule la altura aproximada a la que se encuentra el avión en ese momento.

Solución

A	Se dibuja una figura representativa de la situación.	
B	Se plantea la razón trigonométrica tangente del ángulo que mide 19° para encontrar el valor de x .	$\tan 19^\circ = \frac{x}{4}$ $\Rightarrow 4 \tan 19^\circ = x$ $\Rightarrow 1,4 \approx x$
C	Se da respuesta al problema planteado.	La altura aproximada del avión en ese momento es de 1,4 km.

4. Una mujer con una estatura de 1,64 m proyecta su sombra en el suelo. Si el ángulo de elevación que se forma desde la punta de la sombra hasta la mujer es de 42° , entonces, calcule la longitud aproximada de la sombra.

Solución

A	Se dibuja una figura representativa de la situación.	
B	Se plantea la razón trigonométrica tangente del ángulo que mide 42° para encontrar el valor de x .	$\tan 42^\circ = \frac{1,64}{x}$ $\Rightarrow x = \frac{1,64}{\tan 42^\circ}$ $\Rightarrow x \approx 1,8$

C	Se da respuesta al problema planteado.	La longitud aproximada de la sombra es de 1,8 m.
---	--	--

5. El piloto de un avión en vuelo observa la torre de control del aeropuerto a 3 km de distancia con un ángulo de depresión de 37° . Si la torre de control tiene una altura de 50 m, calcule la altitud aproximada a la que vuela el avión en ese momento.

Solución

A	Se dibuja una figura representativa de la situación, convirtiendo la altura de la torre de metros a kilómetros.	
B	Se plantea la razón trigonométrica coseno del ángulo que mide 53° para encontrar el valor de x .	$\cos 53^\circ = \frac{x}{3}$ $\Rightarrow 3 \cos 53^\circ = x$ $\Rightarrow 1,81 \approx x$
C	Se da respuesta al problema planteado tomando en cuenta que la altura aproximada del avión corresponde al valor de x más la altura de la torre.	La longitud aproximada de la sombra es de 1,86 km.

Problemas de tarea

1. Un ingeniero coloca un cable desde la parte más alta de una torre de 45 m de altura hasta un punto A en el suelo. Si el ángulo de elevación que se forma en el punto A es de 38° , calcule la longitud aproximada del cable.
2. Dos edificios A y B están ubicados uno en frente del otro. El edificio A tiene 48 m de altura y el ángulo de depresión que se forma desde su parte más alta hasta la base del edificio B es de 65° . Calcule la distancia aproximada entre ambos edificios.
3. La sombra de un edificio tiene una longitud de 0,15 km. Si el ángulo de elevación que se forma en la punta de la sombra hacia la parte más alta del edificio es de 32° , calcule la altura aproximada del edificio.
4. Un avión despegar de un punto K en el aeropuerto y asciende con un ángulo constante de 38° con la horizontal. Calcule la altura aproximada del avión después de volar 1800 m.
5. En el suelo se encuentra el objetivo de rescate de un helicóptero que está volando sobre él, mientras se ubica a 600 m de un puesto de observación en tierra, desde donde es observado con un ángulo de elevación de 55° . Calcule la distancia aproximada entre el objetivo del helicóptero y el puesto de observación.
6. Desde la parte más alta de un faro, con un ángulo de depresión de 54° , se observa un barco en el mar a una distancia de 117 m de su base. Calcule la altura aproximada del faro.

Autor del material:	Ismael Nolasco Martínez
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad I Elementos de trigonometría
Aprendizaje(s) que apoya	Resolverá problemas que involucren triángulos rectángulos
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario g) Problemario h) Otro	Serie de ejercicios
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>Se muestra un archivo de Word, se muestra algunos triángulos, deberás determinar la información faltante en cada uno de ellos, lados y ángulos, haciendo uso de las razones trigonométricas y el teorema de Pitágoras. Se solicita al alumno que realice este trabajo en su cuaderno y posteriormente se te pedirá llenar el archivo llamado "Resultados de los ejercicios" donde tendrá que completar la tabla correspondiente.</p> <p>Les comparto dos videos con dos ejemplos desarrollados, espero sean de gran utilidad.</p>

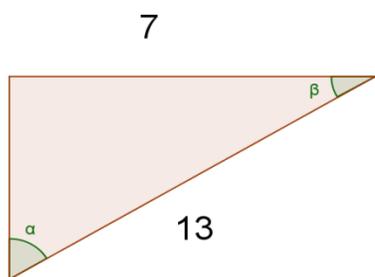
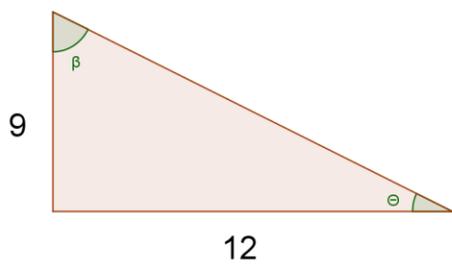
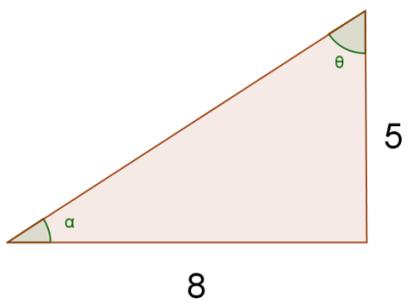
Ligas de los videos educativos:

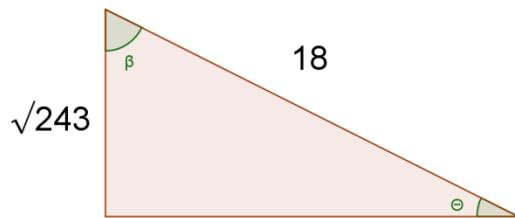
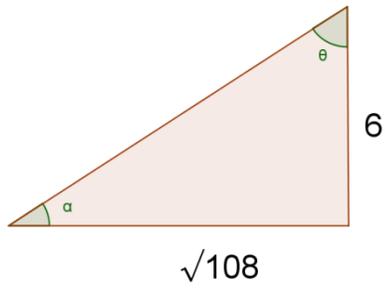
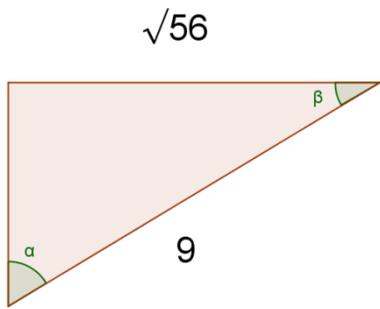
<https://www.youtube.com/watch?v=eG7lxUL8lqY>

<https://www.youtube.com/watch?v=7n7YkWDLq9s>

Actividad

Para los siguientes triángulos rectángulos, determinar los valores de lados y ángulos faltantes.

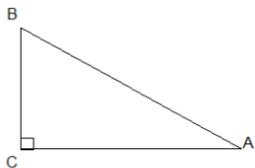




Autor del material:	Blanca Elizabeth Cruz Estrada
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad I Elementos de trigonometría
Aprendizaje(s) que apoya	Comprende la deducción de algunas identidades trigonométricas, uso de calculadora, conversiones de grado a radianes y viceversa
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario g) Problemario h) Otro	Instrumento de evaluación
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Resuelve la actividad de identidades trigonométricas en tu cuaderno, con apoyo del archivo en pdf llamado identidades trigonométricas. después contestaras el cuestionario formulario de Google utilizado para evaluar identidades trigonométricas, uso de calculadora, conversiones de grado a radianes y viceversa. Además, te comparto un emulador de calculadora. Recuerda enviar la evidencia de tus ejercicios en un archivo pdf con imágenes enfocadas y en vertical

Identidades trigonométricas

MATEMÁTICAS III Trigonometría



Identidades Recíprocas		
$\operatorname{sen} \theta = \frac{1}{\operatorname{csc} \theta}$	$\operatorname{cos} \theta = \frac{1}{\operatorname{sec} \theta}$	$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$
$\operatorname{csc} \theta = \frac{1}{\operatorname{sen} \theta}$	$\operatorname{sec} \theta = \frac{1}{\operatorname{cos} \theta}$	$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$

Identidades tangente y cotangente		
$\tan \theta = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{cos} \theta}$	$\cot \theta = \frac{\operatorname{cos} \theta}{\operatorname{sen} \theta}$	
Identidades pitagóricas.		
$\operatorname{sen}^2 \theta + \operatorname{cos}^2 \theta = 1$	$1 + \tan^2 \theta = \operatorname{sec}^2 \theta$	$1 + \cot^2 \theta = \operatorname{csc}^2 \theta$

Resuelve la siguiente actividad en tu cuaderno

I. Convertir en radianes los siguientes ángulos.

- a) 275°
- b) 35°
- c) 348°

II. Expresar en grado los siguientes ángulos.

- a) $\frac{4}{5} \pi$
- b) $\frac{15}{90} \pi$
- c) 1.2 radianes

III. Con el uso de tu calculadora.

Si $\cos \alpha = 0.17$ ¿Cuál es el valor de α ?

Si $\tan \beta = 2$ ¿Cuál es el valor de β ?

IV. Calcula el valor de la función

IV. Calcula lo que se pide:

1. Sea $\cot \theta = 2.1445$ hallar $\tan \theta$.
2. Sea $\sec \theta = 1.19175$ hallar $\cos \theta$
3. Sea $\cot \theta = 3.4585$ hallar $\tan \theta$.
4. Sea $\csc \theta = 1.6576$ hallar $\sin \theta$.
5. Sea $\sin \theta = 0.4313$ hallar $\operatorname{cosec} \theta$.



Actividad de evaluación.

Resuelve el siguiente cuestionario

Primer apellido *

Texto de respuesta breve

Segundo apellido *

Texto de respuesta breve

Nombres *

Texto de respuesta breve

Selecciona cuáles opciones representan la conversión de 135° a radianes *

Opción 1

$$\frac{2}{3}\pi rad$$

0.523 rad

Opción 3

$$\frac{3}{4}\pi rad$$

2.094 rad

Opción 5

$$\frac{1}{6}\pi rad$$

2.356 rad

Convierte a radianes 450° *

Opción 1

$$\frac{5}{9}\pi rad$$

Opción 2

$$\frac{5}{3}\pi rad$$

Opción 3

$$\frac{2}{5}\pi rad$$

Opción 4

$$\frac{5}{2}\pi rad$$

Convierte la siguiente expresión a grados *

$$\frac{11}{6}\pi$$

120°

135°

330°

240°

El $\cos\theta$ también se puede expresar como *

Opción 1

$$\frac{1}{\cos\theta}$$

Opción 2

$$\frac{1}{\csc\theta}$$

Opción 3

$$\frac{1}{\sec\theta}$$

Opción 4

$$\frac{1}{\sec\theta \cos\theta}$$

Si $\tan\beta=2$ ¿Cuál es el valor de β ? ESCRIBE CON TRES DECIMALES *

Texto de respuesta breve

Se da la dirección de enlace del formulario de evaluación

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSeKANT4f539ZqKDe1dBob223bB_gaUHiy2HLbXtXUti3fx3bA/viewform?authuser=0

Así como la liga para el emulador

<https://maralboran.eu/matematicas/2016/05/25/emuladores-de-calculadoras-casio/>

Autor del material:	Emelia Norma Venegas Ocampo
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad I Elementos de trigonometría
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Comprenderá que el concepto de razón trigonométrica se deriva de la relación de los lados de un triángulo rectángulo y que son respectivamente invariantes en triángulos semejantes. • Resolverá problemas que involucren triángulos rectángulos • Comprenderá la deducción de algunas identidades trigonométricas. • Comprenderá el proceso de deducción de las leyes de senos y de cosenos, para resolver problemas sobre triángulos oblicuángulos.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario g) Problemario h) Otro	Examen
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Desarrollar el examen con todos los pasos necesarios para llegar al resultado en una hoja de tu cuaderno, poner nombre en el encabezado de cada una de las hojas, tomar fotos (que no estén borrosas y en forma horizontal) y subirlas en un documento PDF a teams, en caso de faltar alguna de las instrucciones el examen se anula

PRIMER EXAMEN DE MATEMÁTICAS III

1. Dada la razón $\text{Cot } B = \frac{15}{9}$, obtener las 5 razones faltantes.
2. Un ángulo de un triángulo rectángulo mide $28^\circ 18'$ y la hipotenusa mide 12 cm, calcular el ángulo y los catetos faltantes.
3. Dos personas A y B se encuentran separadas a una distancia de 8 km, ambas personas observan un helicóptero, la persona A mira hacia él a un ángulo de 50° , la persona B lo hace a 30° en un determinado momento, determinar la altura del helicóptero.
4. Desde un avión que vuela a una altura de 4 000 m se observa una ciudad, si el ángulo con respecto al horizonte es de 30° . Determinar a qué distancia se encuentra el avión de dicha ciudad.
5. Resuelve el triángulo oblicuángulo con $C=78^\circ 35'$, $b=50$ cm, $a=60$ cm; obteniendo los dos ángulos y el lado faltante.
6. Demostrar la identidad: $(\cos A) (\sec A - \cos A) = \sin^2 A$

Autor del material:	Erik Gustavo León González
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad I Elementos de trigonometría
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Comprende el proceso de deducción de cosenos, para resolver problemas sobre triángulos oblicuángulos.
Tipo de material: i) Lectura j) Instrumento de evaluación k) Estrategia didáctica l) Secuencia didáctica m) Vídeo educativo n) Formulario o) Problemario p) Otro	Estrategia didáctica Videos educativos
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	En el siguiente archivo PDF se te presentan algunos triángulos oblicuángulos, deberás determinar la información faltante en cada uno de ellos, lados y ángulos , aplicando la Ley de Cosenos. Este trabajo deberá realizarse en tu cuaderno y posteriormente debes tomar fotografías, para entregar un documento PDF (la elaboración del PDF puede ser con aplicación o bien pegando las fotografías en un documento Word y guardarlo como PDF) con el nombre “solucion_act_4”. Te anexo algunos videos con los que te puedes apoyar en este tema

Actividad 4. Ley de Cosenos

Recapitulando la ley de cosenos, debemos recordar que está se usa para triángulos oblicuángulos donde se tienen como datos dos lados y el ángulo formado entre ellos (L-A-L), o cuando se tienen como antecedentes los tres lados del triángulo (L-L-L).

Las fórmulas principales de la ley de cosenos son las siguientes:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos (A)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac * \cos (B)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos (C)$$

De modo que en forma general se tiene que la ley de cosenos es el cuadrado de la longitud de cualquier lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados, menos el doble producto de las longitudes de los otros dos lados y el coseno del ángulo entre ellos.

Para el caso (L-L-L) y utilizando las tres fórmulas anteriores, se obtiene que:

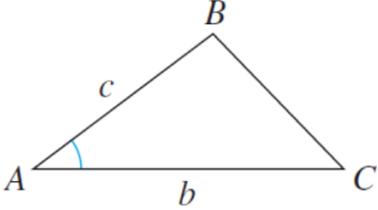
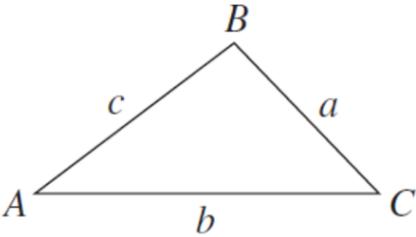
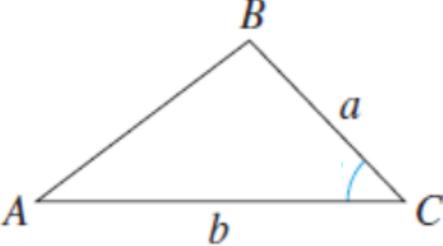
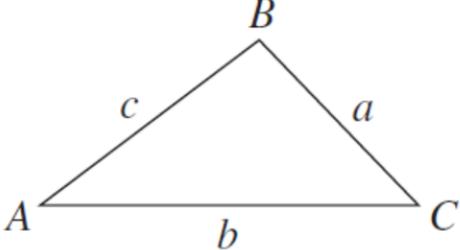
$$A = \cos^{-1} \left(\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc} \right)$$

$$B = \cos^{-1} \left(\frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2ac} \right)$$

$$C = \cos^{-1} \left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab} \right)$$

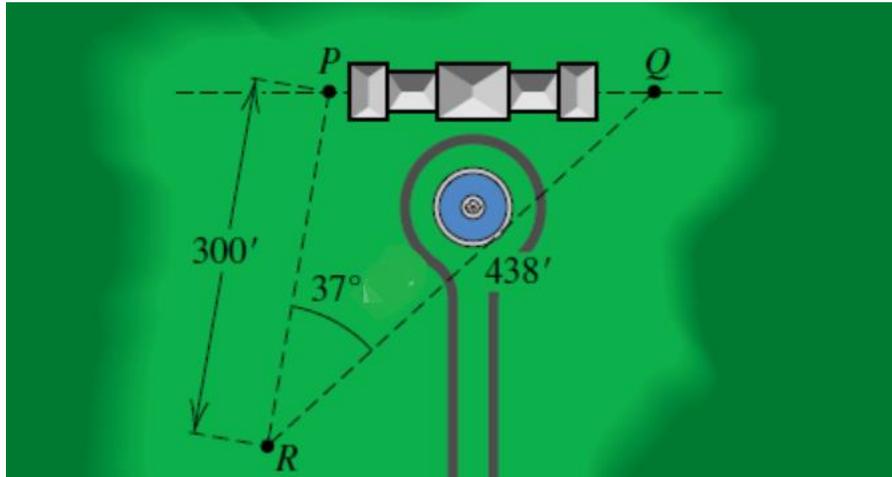
Problemas.

Con base a esto y a lo visto en clase y/o tutoriales, obtenga el resultado de los datos faltantes de los siguientes triángulos.

Problema	Datos
	$b = 20$ $c = 30$ $A = 60$
	$a = 10$ $b = 15$ $c = 12$
	$a = 1.10$ $b = 2.10$ $C = 115.10$
	$a = 2$ $b = 3$ $c = 4$

Problemas de aplicación.

1. Dos puntos P y Q al nivel del terreno están en lados opuestos de un edificio. Para hallar la distancia entre los puntos, un topógrafo selecciona un punto R que está a 300 pies de P y a 438 de Q y luego determina que el ángulo PRQ mide 37° (vea la figura). Calcule la distancia entre P y Q .



2. Un terreno cortado por tres calles que forma un triángulo oblicuángulo. Los lados del terreno miden 312 m, 472 m y 511 m. Encuentra los ángulos que se forman entre las calles.

Ligas de los videos

<https://www.youtube.com/watch?v=x4sCCs5q8aA>

<https://www.youtube.com/watch?v=cCeJffSwHvc>

Autor del material:	Brenda del Carmen Muñoz Ramírez
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad I Elementos de trigonometría
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Comprende el concepto de razón trigonométrica, comprende el uso de las leyes de senos y cosenos para resolver triángulos oblicuángulos.
Tipo de material: a. Lectura b. Instrumento de evaluación c. Estrategia didáctica d. Secuencia didáctica e. Vídeo educativo f. Formulario g. Problemario h. Otro	Instrumento de evaluación.
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Cuestionario realizado en Classroom para evaluar el uso de las razones trigonométricas para resolver triángulos rectángulos, y el uso de ley de senos y cosenos para resolver triángulos oblicuángulos.

PRIMER PARCIAL DE MATEMÁTICAS III

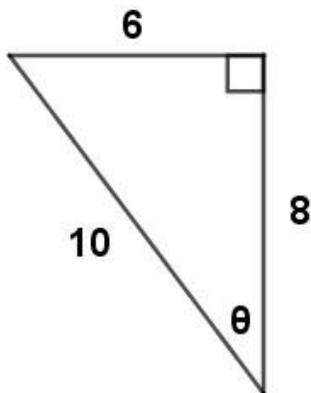
Contesta el siguiente cuestionario.

***Obligatorio**

1. Nombre *

2. Grupo *

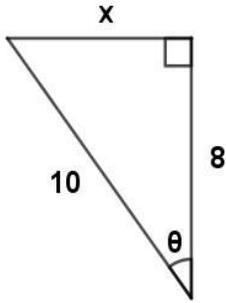
3. En el siguiente triángulo de acuerdo con la posición que tiene el ángulo θ 6 puntos señalado, define cada uno de los lados, relacionando las columnas *



Marca solo un óvalo por fila.

	8	10	6
Cateto opuesto	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Cateto adyacente	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Hipotenusa	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

4. Del siguiente triángulo rectángulo determina el lado faltante. 2 puntos



Marca solo un óvalo.

5. Determina el lado faltante y las 6 razones trigonométricas para el ángulo siguiente triángulo rectángulo. *

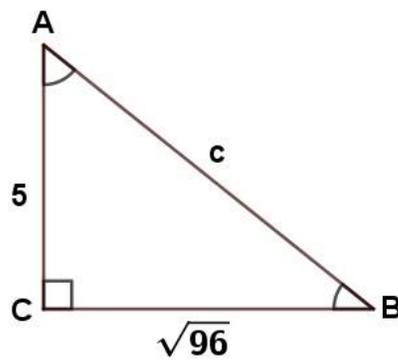
12 puntos θ del

Marca solo un óvalo por fila.

	10/8	6/10	10/6	8/10	8/6	6/8
sen θ =	<input type="radio"/>					
cos θ =	<input type="radio"/>					
tan θ =	<input type="radio"/>					
cot θ =	<input type="radio"/>					
sec θ =	<input type="radio"/>					
csc θ =	<input type="radio"/>					

6. Determina el lado y ángulos faltantes del siguiente triángulo rectángulo y respuestas correctamente. *

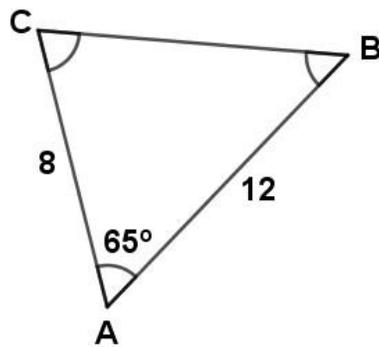
20 puntos selecciona las



Marca solo un óvalo por fila.

	11	$\sqrt{71}$	62.96°	27.03°
x =	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$\angle A =$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$\angle B =$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

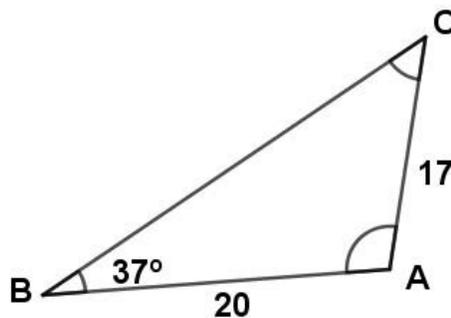
7. Determina los valores de lados y ángulos faltantes del siguiente triángulo, 30 puntos utilizando según sea el caso ley de cosenos o ley de senos; selecciona las respuestas correctas. *



Marca solo un óvnc

	12	65°	11.6230	74.93°	40.07°	8	11.2630
a =	<input type="radio"/>						
b =	<input type="radio"/>						
c =	<input type="radio"/>						
$\angle A =$	<input type="radio"/>						
$\angle B =$	<input type="radio"/>						
$\angle C =$	<input type="radio"/>						

8. Determina los valores de lados y ángulos faltantes del siguiente triángulo, 30 puntos utilizando según sea el caso ley de cosenos o ley de senos; selecciona las respuestas correctas. *



Marca solo un óvalo por fila.

	37°	45.07°	20	27.97	17	97.92°	27.79
a=	<input type="radio"/>						
b=	<input type="radio"/>						
c=	<input type="radio"/>						
∠A=	<input type="radio"/>						
∠B=	<input type="radio"/>						
∠C=	<input type="radio"/>						

9. Resuelve el siguiente problema de aplicación. Un constructor desea 10 puntos construir una rampa inclinada de 5.46 metros de largo que se levante a una altura de 1.43 metros del suelo. Calcular el ángulo que deberá tener la rampa con el suelo. Realiza tus cálculos con dos decimales. ESCRIBE TU RESPUESTA CON DOS DECIMALES Y SIN UNIDADES.

10. Resuelve el siguiente problema de aplicación. Un faro mar adentro está 10 puntos a 3 km de la estación de la guardia costera C y a 3.5 km de un hospital H cercano a la costa. Si el ángulo formado por el haz de luz emitido desde el faro hacia C y H mide 147°. ¿Cuál es la distancia, en línea recta, entre la estación de la guardia costera y el hospital? Realiza tus cálculos con tres decimales.

Marca solo un óvalo.

- 6.233 km
- 6.332 km
- 0.623 km

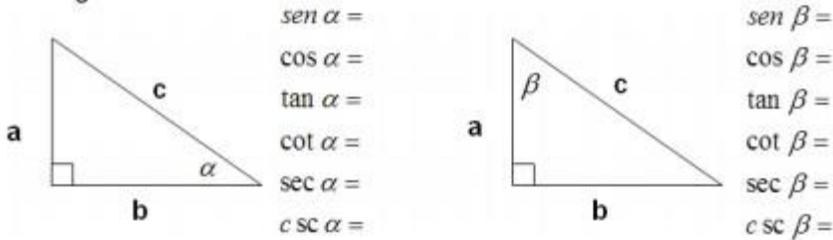
Se comparte la liga del formulario

<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdv1RpH2xmBgu9v19MxUC6mk9-zvgDjMZEKwzmtS-g3R8gwMA/viewform?authuser=0>

Autor del material:	Pedro Cázarez Mena.
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad I Elementos de trigonometría
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizará las razones e identidades trigonométricas. • Resolverá problemas en distintos contextos que involucren triángulos con la finalidad de construir conocimientos que serán empleados en la vida diaria
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario g) Problemario h) Otro	Estrategia de evaluación formativa. Material de apoyo: Archivo impreso o en línea en PDF.
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Resuelve los ejercicios que contiene este Problemario de acuerdo con las instrucciones del profesor(a). Elabora el archivo con los procedimientos en formato pdf.

ELEMENTOS DE TRIGONOMETRÍA

1) Escriba en forma simbólica las seis razones trigonométricas de acuerdo a la siguiente figura.



2) Para cada inciso obtenga las razones trigonométricas que faltan.

i) $\text{sen } \alpha = \frac{3}{5}$; ii) $\text{cos } \beta = \frac{1}{2}$; iii) $\text{tan } \theta = \frac{5}{6}$

iv) $\text{sec } x = \frac{10}{7}$; v) $\text{cot } \varphi = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$; vi) $\text{csc } y = \frac{\sqrt{11}}{2}$

3) Escriba las siguientes cuatro razones trigonométricas en términos de las razones Seno y Coseno, según el caso.

$\text{tan } x = \frac{\text{sen } x}{\text{cos } x}$; $\text{cot } x = \frac{\text{cos } x}{\text{sen } x}$; $\text{sec } x = \frac{1}{\text{cos } x}$; $\text{csc } x = \frac{1}{\text{sen } x}$

4) Complete correctamente las tres identidades pitagóricas.

$\text{sen}^2 \theta + \text{cos}^2 \theta = 1$

$\text{tan}^2 \theta + 1 = \text{sec}^2 \theta$

$\text{csc}^2 \theta = 1 + \text{cot}^2 \theta$

5) Utilice sólo identidades trigonométricas para obtener las razones que faltan en cada inciso.

i) $\text{sen } \theta = 0.3451$; ii) $\text{cos } \theta = 0.125$; iii) $\text{tan } \theta = 2.250$

Respuesta al inciso i)

Como $\text{sen } \theta = 0.3451$, entonces $(\text{sen } \theta)^2 = 0.1191$

Luego usamos la identidad $(\text{sen } \theta)^2 + (\text{cos } \theta)^2 = 1$

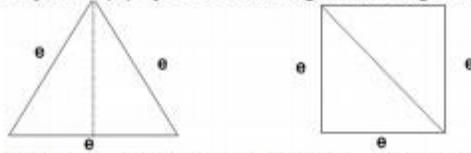
$(\text{cos } \theta)^2 = 1 - (\text{sen } \theta)^2$; $(\text{cos } \theta)^2 = 1 - 0.1191 = 0.8809$ luego $\text{cos } \theta = 0.9386$

Por lo tanto,

$\text{tan } \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta} = \frac{0.3451}{0.9386} = 0.3677$; $\text{cot } \theta = \frac{\text{cos } \theta}{\text{sen } \theta} = \frac{0.9386}{0.3451} = 2.7198$

$\text{sec } \theta = \frac{1}{\text{cos } \theta} = \frac{1}{0.9386} = 1.0654$; $\text{csc } \theta = \frac{1}{\text{sen } \theta} = \frac{1}{0.3451} = 2.8977$

6) Sin el uso de calculadora o tablas construya las seis razones trigonométricas para los ángulos de 30° , 60° y 45° . (apóyese en las siguientes figuras)



7) En un triángulo equilátero su altura mide 12 cm., ¿Cuánto mide su perímetro?, ¿Cuánto mide su área?

8) Si los lados congruentes de un triángulo isósceles miden 15 cm. y los ángulos congruentes miden 30° , ¿Cuánto mide su área?

Respuesta al ejercicio 8)

Usamos las funciones seno y coseno.

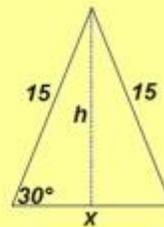
$$\text{sen } 30^\circ = \frac{h}{15} \Rightarrow h = 15 \text{ sen } 30^\circ = 7.5$$

$$\text{cos } 30^\circ = \frac{x}{15} \Rightarrow x = 15 \text{ cos } 30^\circ = 12.99$$

La base mide aprox. 25.98 cm. y la altura 7.5 cm

Por lo que, el área del triángulo es

$$A \approx \frac{(25.98)(7.5)}{2} = 97.43 \text{ cm}^2$$

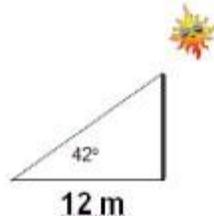


9) Una diagonal de un cuadrado mide 20 cm., ¿Cuánto mide su perímetro?, ¿cuánto mide su área?

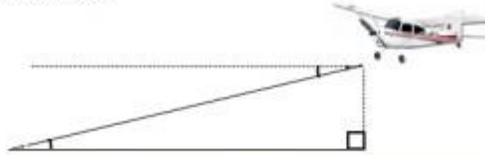
10) Un poste de 16 m de altura esta sujetado con tres cables y forman ángulos de 60° con respecto al suelo. (Ver figura)
Encuentre la longitud total de los cables.



11) El ángulo de elevación del sol, en un determinado momento, es de 42° y un poste proyecta una sombra de 12 m sobre el suelo. Calcula la altura del poste.

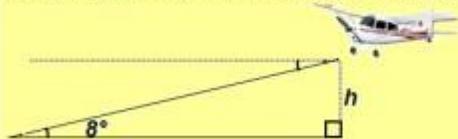


12) Un avión inicia su aterrizaje con un ángulo de depresión de 8° a una velocidad constante de 110 m / seg. Si se tarda en tocar la pista 45 seg. desde que inicio su descenso. ¿Qué altura tenía?



Respuesta al inciso 12)

La distancia que recorre el avión durante ese tiempo es de 4950 m , ya que $d = v t$.



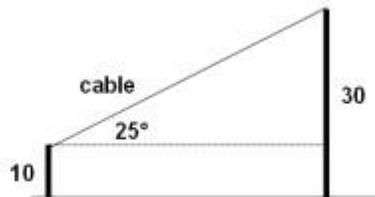
$$\sin 8^\circ = \frac{h}{4950} \Rightarrow h = 4950 \sin 8^\circ = 688.91$$

Por lo tanto, su altura es de 688.91 m aprox.

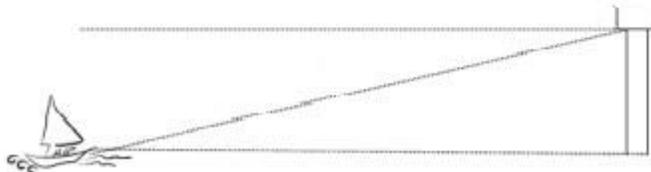
13) Un avión despegue con un ángulo de elevación de 9° a una velocidad constante de 120 m/seg. ¿Qué altura tendrá después de 8 segundos ?



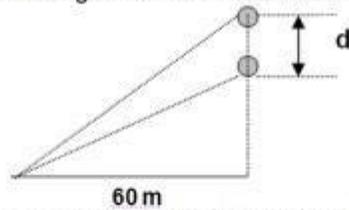
14) Un cable está sujeto en sus extremos por dos torres (ver figura), el ángulo de elevación es de 25° . Si una torre mide 10 m y la otra mide 30 m , ¿Cuánto mide el cable?



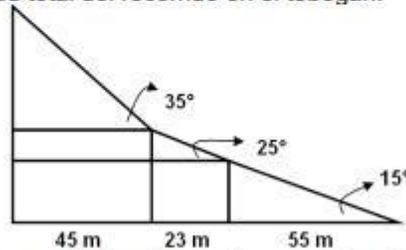
15) El ángulo de depresión desde un faro hacia una embarcación que se aproxima al muelle es de 18° . Si la altura del faro es de 35 m , ¿A qué distancia se encuentra la embarcación del faro?



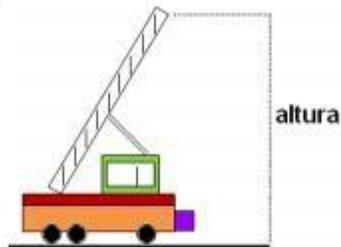
16) El ángulo de elevación de un globo cambia de 35° a 43° , como se muestra en la figura. ¿Qué distancia avanza el globo en dicho cambio?



17) Un parque de diversiones cuenta con un tobogán gigante como se muestra en la figura. Calcule la longitud total del recorrido en el tobogán.



18) La escalera de un carro de bomberos tiene una longitud máxima de 20 m y su ángulo máximo de elevación es de 70° , si la parte inferior de dicha escalera esta sobre el carro a una altura de 2 m, ¿Cuál será la altura máxima que alcanza la escalera desde el suelo?



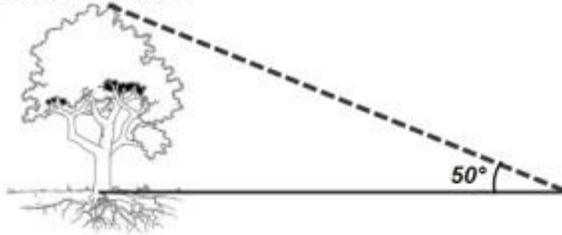
19) Una escalera de 10 m de longitud esta recargada sobre un edificio y alcanza una altura de 8 m, hallar la medida del ángulo que se forma entre la escalera y el piso.



20) Dos cables sujetan un globo, el cual alcanza una altura de 75 m, si uno de los cables forma un ángulo de 70° y el otro cable forma un ángulo de 65° con respecto al suelo, ¿Cuánto mide cada cable?

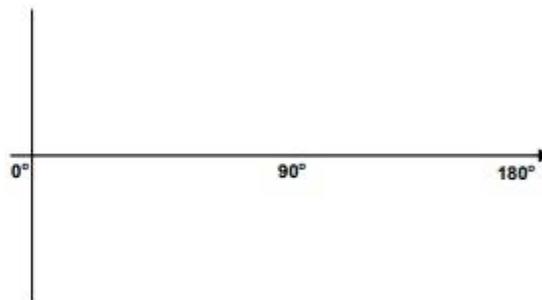


21) Un árbol proyecta una sombra a cierta hora del día de 15 m formando un ángulo de 50° . ¿Cuál es la altura del árbol



22) Usando la calculadora complete la siguiente tabla y dibuje las gráficas en el mismo plano para estos valores. (Modificar la escala de la variable x)

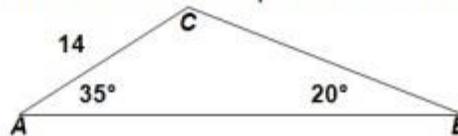
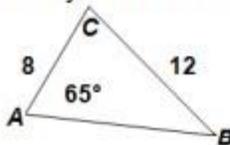
x (grados)	$sen x$	$cos x$
0		
10		
20		
30		
40		
50		
60		
70		
80		
90		
100		
110		
120		
130		
140		
150		
160		
170		
180		



De acuerdo a la tabla (gráfica) decide cuales igualdades son verdaderas (v) ó cuales son falsas (f).

- a) $sen(180^\circ - x) = sen x$ _____ ()
- b) $cos(180^\circ - x) = -cos x$ _____ ()
- c) $sen(180^\circ - x) = -sen x$ _____ ()
- d) $cos(180^\circ - x) = cos x$ _____ ()

23) Utilice la ley de los senos para obtener las medidas que faltan en triángulo.



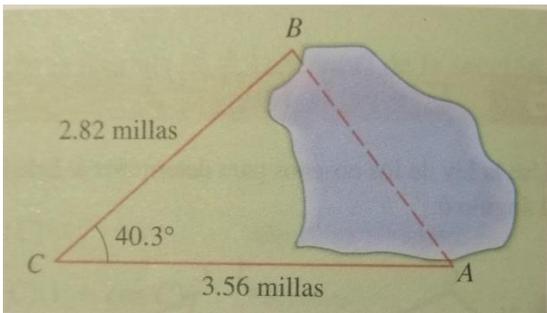
Autor del material:	Rosales Suárez Josemaría
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad I Elementos de trigonometría
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Comprende el proceso de deducción de las leyes de senos y de cosenos, para resolver problemas sobre triángulos oblicuángulos
Tipo de material: <ol style="list-style-type: none"> Lectura Instrumento de evaluación Estrategia didáctica Secuencia didáctica Vídeo educativo (X) Formulario Probleuario (X) Otro 	Probleuario
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Resuelve los siguientes problemas. Recuerda anexar un archivo con los procedimientos de solución. Este material se eligió para que los alumnos practiquen la resolución de problemas y esto les permita aprender el tema.

Matemáticas III

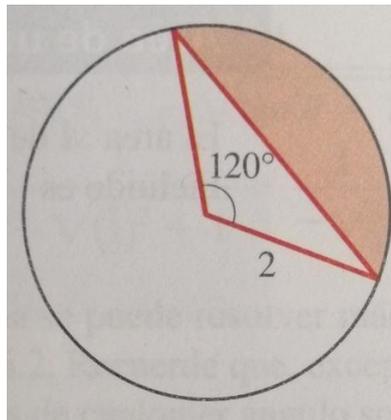
Problemario de la Unidad I. Elementos de

Trigonometría

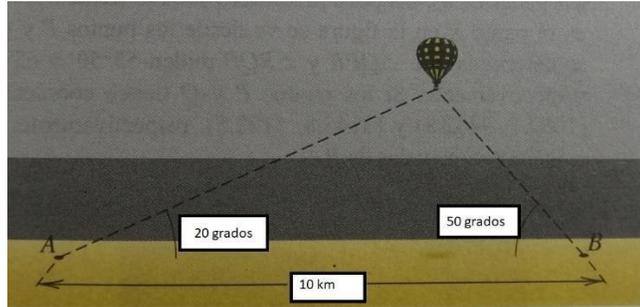
1. Un terreno tiene forma de un triángulo, las medidas de sus lados son 10m, 13m, y 16m ¿Cuál es el área del terreno?
2. Para hallar la distancia a través de un lago, una persona ha tomado las mediciones mostradas en la figura. Determine la distancia AB.



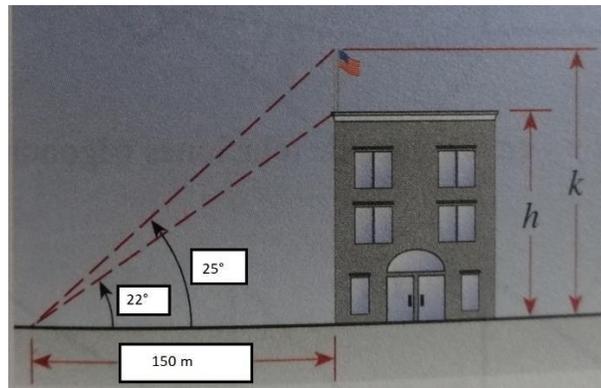
1. Una escalera de 40 pies está apoyada en un edificio. Si la base de la escalera está separada 6 pies de la base del edificio. ¿Cuál es el ángulo que forma la escalera y con el piso?
2. Dado un triángulo ABC donde $b=61u$, $\angle A=29$ grados y $\angle B=45$ grados ¿Cuánto mide el lado "a" del triángulo?
3. Desde la parte superior de un faro de 60m, el ángulo de depresión respecto a un barco en el océano es de 23 grados. ¿Qué tan lejos está el barco desde la base de faro?
4. Dado un triángulo ABC donde $a=40u$, $b=19u$, y $c=32u$ ¿Cuánto mide el ángulo B del triángulo?
5. Desde la parte superior de un faro de 60m, el ángulo de depresión respecto a un barco en el océano es de 23 grados. ¿Qué tan lejos está el barco desde la base de faro?
6. Dado un triángulo ABC donde $a=40u$, $b=19u$, y $c=32u$ ¿Cuánto mide el ángulo B del triángulo?
7. Determine el área de la región sombreada en la figura.



8. Los ángulos de elevación de un globo desde dos puntos A y B en terreno nivelado son 20° y 50° respectivamente. Como se muestra en la figura, los puntos A y B están 10 km de distancia y el globo está entre los puntos, en el mismo plano vertical. Calcule la altura del globo sobre el suelo.



9. Desde un punto sobre el suelo a 150 metros de la base de un edificio, un observador encuentra que el ángulo de elevación hasta la parte superior del edificio es 22° y que el ángulo de elevación a la parte superior de una asta de bandera sobre el edificio es 25° . Determine la longitud de la asta de bandera.



10. Una escalera de 20 pies se apoya contra un edificio de modo que el ángulo entre el suelo y la escalera es de 72° . ¿A qué altura llega la escalera sobre el edificio?

Autor del material:	Miranda González Adrián
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad I Elementos de trigonometría
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Comprende el proceso de deducción de las leyes de senos y de cosenos, para resolver problemas sobre triángulos oblicuángulos
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Estrategia didáctica
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>El desarrollo de esta estrategia didáctica pretende que el alumno comprenda la ley de senos mediante sus variantes o casos ambiguos, dónde se presenta el caso LAL (se da por conocido dos lados y el ángulo comprendido entre ellos) en el cual el ángulo es agudo, mostrando sus 4 posibilidades distintas de resolución:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.- Un sólo triángulo y rectángulo. 2.- Un sólo triángulo y no rectángulo. 3.- Dos triángulos distintos. 4.- No existe algún triángulo. <p>Instrucciones: Lee el archivo denominado "Casos Ambiguos de la Ley de Senos", y con ello resuelve los ejercicios propuestos, no olvides mandar la evidencia de la actividad.</p>

Casos ambiguos de la Ley de Senos

Sí α, β y γ son los ángulos internos de un triángulo cualquiera, y a, b, c son, respectivamente las medidas de los lados opuestos a dichos ángulos, entonces:

$$\frac{a}{\text{sen}(\alpha)} = \frac{b}{\text{sen}(\beta)} = \frac{c}{\text{sen}(\gamma)} \dots \text{ec. (1)}$$

La ecuación (1) también denominada "Ley de senos" se puede utilizar en las siguientes condiciones:

- Quando se conocen dos ángulos y cualquiera de los lados de un triángulo.
- Quando se conocen dos lados y un ángulo opuesto a cualquiera de los lados conocidos.

Para detallar los casos ambiguos de la Ley de Senos es importante basarnos en la segunda condición antes dicha, ya que en casos muy particulares no siempre la solución reflejará la existencia de un solo triángulo. Por ejemplo, supóngase que contamos con los valores de los lados a, b y el ángulo α , donde α es un ángulo agudo.

Para construir un triángulo con estas medidas, establecemos que el ángulo este en posición normal en un sistema de coordenadas ortogonales con vértice A en el origen. Ver fig.1.

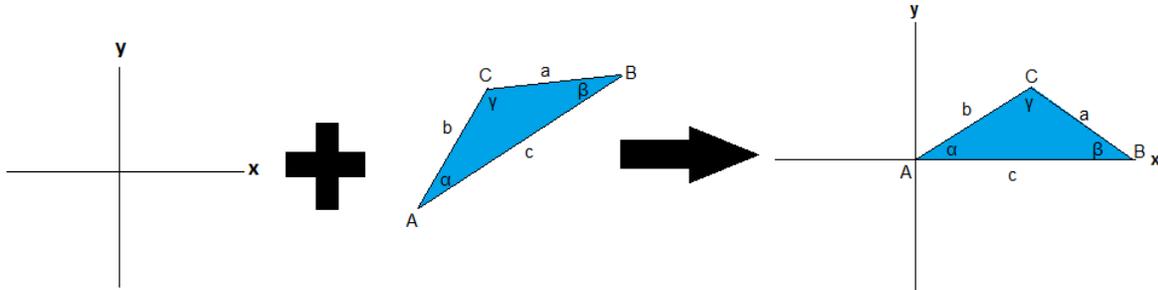
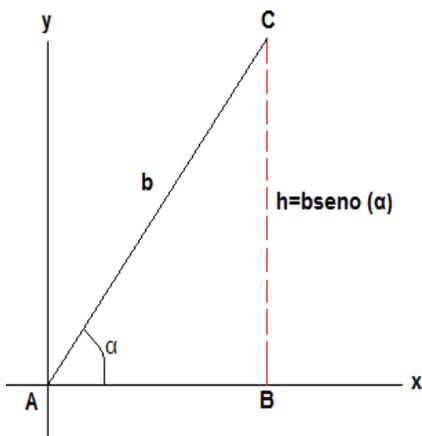


Fig.1.- Para entender los casos ambiguos de la ley de senos observe como se ha colocado el triángulo en un sistema de coordenadas.

Puesto que conocemos b , trazamos un segmento AC de longitud b unidades en el lado terminal de α . Con esto se fija la posición del vértice C . El lado BC de longitud a unidades, debe estar opuesto al vértice A , y el vértice B debe estar en el eje x . Para trazar la posible posición de B , primero trazamos la perpendicular de C al eje x . Sí este segmento tiene h unidades de longitud, entonces:



Al trazar una perpendicular que pasa por el punto C se ha formado un triángulo rectángulo con segmento BC igual a h unidades, así, mediante la identidad trigonométrica seno se obtiene:

$$\text{seno}(\alpha) = \frac{h}{b}$$

Por lo tanto:

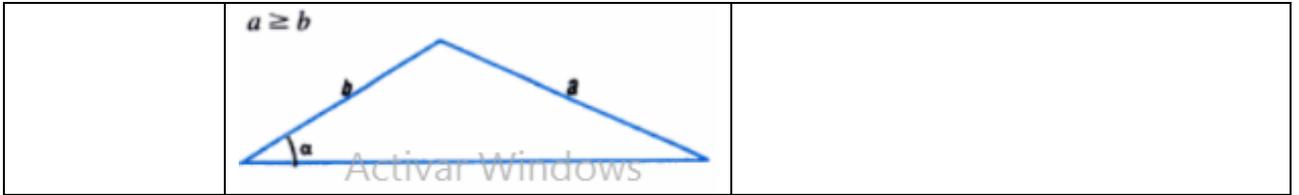
$$h = b \text{seno}(\alpha)$$

Se observa que la longitud mínima para que exista un triángulo dados los datos de los lados a, b y el ángulo α debe ser:

$$a = h = b \text{sen}(\alpha)$$

En este caso el triángulo es rectángulo y sí existe una solución, es importante resaltar que la posición del vértice B sobre el eje x dependerá de la relación entre a y $b \text{sen}(\alpha)$, lo cual deriva a los siguientes casos:

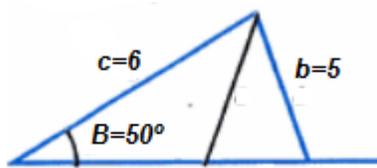
Caso	Esquema	Explicación
1	<p>Ningún triángulo $a < b \text{sen} \alpha$</p>	<p>Sí $a < b \text{sen}(\alpha)$ entonces es claro que el lado a no es lo suficientemente largo para formar un triángulo.</p>
2	<p>Un triángulo rectángulo $a = b \text{sen} \alpha$</p>	<p>Sí $a = b \text{sen}(\alpha)$ entonces es claro que el lado a tiene el largo justo para formar un triángulo rectángulo.</p>
3	<p>Dos triángulos $b \text{sen} \alpha < a < b$</p>	<p>Sí $b > a > b \text{sen}(\alpha)$, entonces pueden formarse dos triángulos distintos con los dos lados.</p>
4	<p>Un triángulo</p>	<p>Sí $a \geq b$ entonces puede formarse un solo triángulo.</p>



Analiza los siguientes ejemplos:

1. Calcule las partes restantes del triángulo con:

$$\beta = 50^\circ \quad b = 5 \quad c = 6$$



Primero calculamos:

$$c \operatorname{sen}(\beta) = 6 * \operatorname{sen}(50) \approx 4.59$$

Obsérvese que:

$$c > b > c \operatorname{sen}(\beta)$$

$$6 > 5 > 4.59$$

Por lo tanto, podemos formar dos triángulos diferentes.

Solución de los ángulos por la ley de los senos:

$$\frac{\operatorname{sen}(\beta)}{b} = \frac{\operatorname{sen}(\gamma)}{c}$$

$$\operatorname{sen}(\gamma) = \frac{c \operatorname{sen}(\beta)}{b} = \frac{6 \operatorname{sen}(50^\circ)}{5} \approx 0.9193$$

Con una calculadora puesta en modo grados, se obtiene el resultado:

$$\gamma \approx 66.82^\circ$$

Llegados aquí es esencial recordar que la función seno también es positiva para ángulos en el segundo cuadrante. En otras palabras, hay otro ángulo que satisface $0^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$ y para el cual $\operatorname{sen} \gamma \approx 0.9193$. Si se usa 66.82° como ángulo de referencia, se ve que el ángulo del segundo cuadrante es:

$$180^\circ - 66.82^\circ = 113.18^\circ.$$

Por consiguiente, las dos posibilidades de γ son:

$$\gamma_1 \approx 66.82^\circ \quad \text{y} \quad \gamma_2 \approx 113.18^\circ$$

Así, como se ve en la figura 1, hay dos triángulos posibles, ABC_1 y ABC_2 , que satisfacen las tres condiciones de los datos.

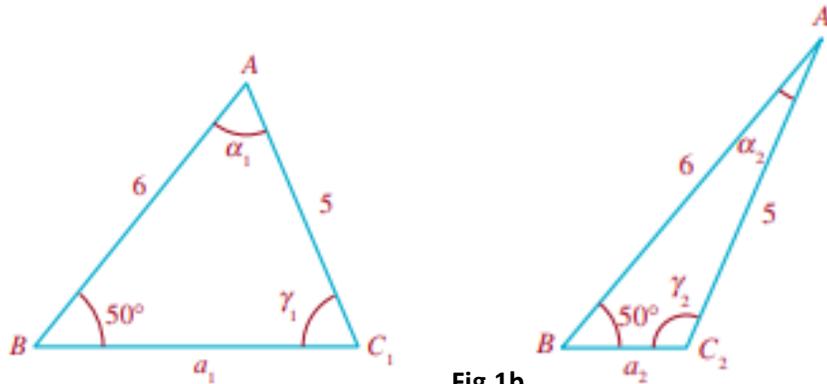


Fig. 1a

Fig.1b

A fin de terminar la solución del triángulo ABC_1 (figura 1a), primero se determina α_1 :

$$\alpha_1 = 180^\circ - \gamma_1 - \beta$$

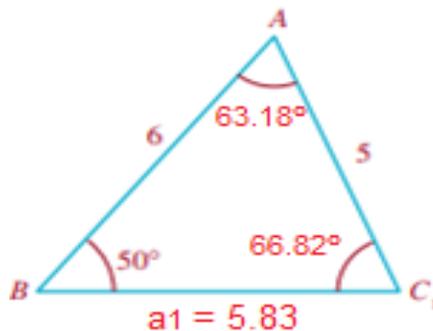
$$\alpha_1 = 180^\circ - 66.82^\circ - 50^\circ \approx 63.18^\circ$$

Para calcular el lado opuesto a este ángulo se usa:

$$\frac{\text{sen}(\alpha_1)}{a_1} = \frac{\text{sen}(\beta)}{b}$$

$$a_1 = \frac{b \text{sen}(\alpha_1)}{\text{sen}(\beta)} = \frac{5 \text{sen}(63.18^\circ)}{\text{sen}(50^\circ)} \approx 5.83$$

Entonces el primer triángulo encontrado es:



Para completar la solución del triángulo ABC_2 (figura 1b), se determina α_2 :

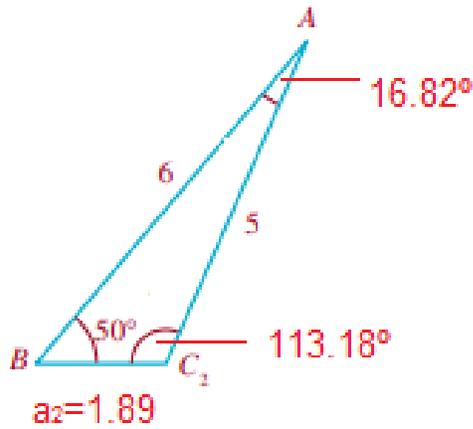
$$\alpha_2 = 180^\circ - \gamma_2 - \beta$$

$$\alpha_2 = 180^\circ - 113.18^\circ - 50^\circ \approx 16.82^\circ$$

Entonces:

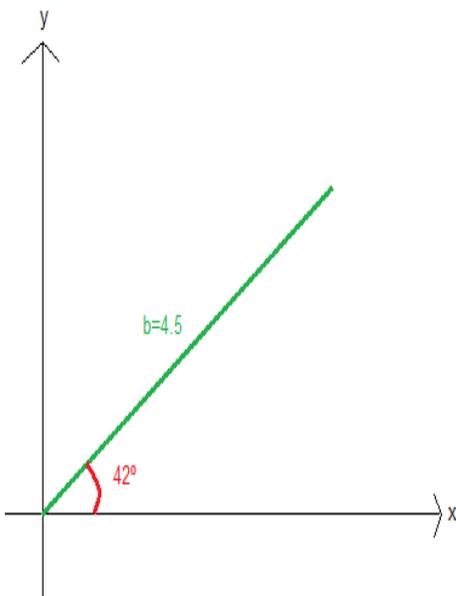
$$\frac{\text{sen}(\alpha_2)}{a_2} = \frac{\text{sen}(\beta)}{b}$$
$$a_2 = \frac{b \text{sen}(\alpha_2)}{\text{sen}(\beta)} = \frac{5 \text{sen}(16.82^\circ)}{\text{sen}(50^\circ)} \approx 1.89$$

Por tanto, el segundo triángulo encontrado es:



1. Sea $a = 2.3$, $b = 4.5$ y $\alpha = 42^\circ$, encontrar los demás lados del triángulo:

Planteando el dibujo correspondiente tenemos:

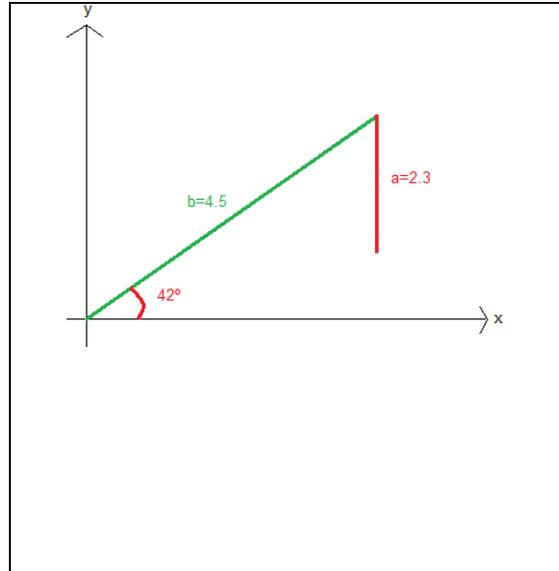


Para saber si la distancia “a” es lo suficientemente grande para poder formar un triángulo calculamos:

$$h = b \text{sen}(\alpha)$$

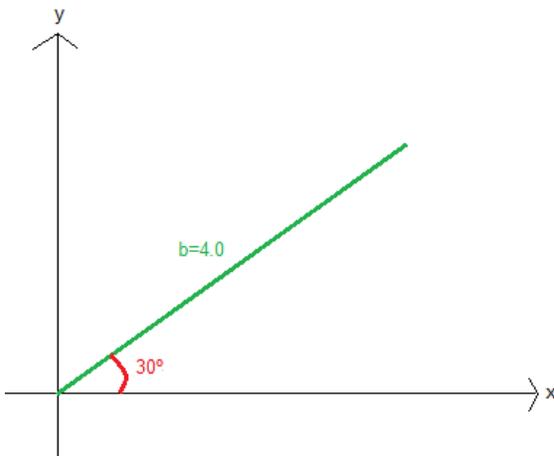
$$h = 4.5 \text{sen}(42^\circ) \approx 3.01$$

Como $h > a$ no existe ningún triángulo ya que la distancia mínima para poder formarlo es cuando el valor de $a \approx 3.01$, el valor dado es igual a 2.3, menor al indicado antes mencionado.



2. Sea $a = 2.0$, $b = 4.0$ y $\alpha = 30^\circ$, encontrar los demás lados del triángulo:

Planteando el dibujo correspondiente tenemos:

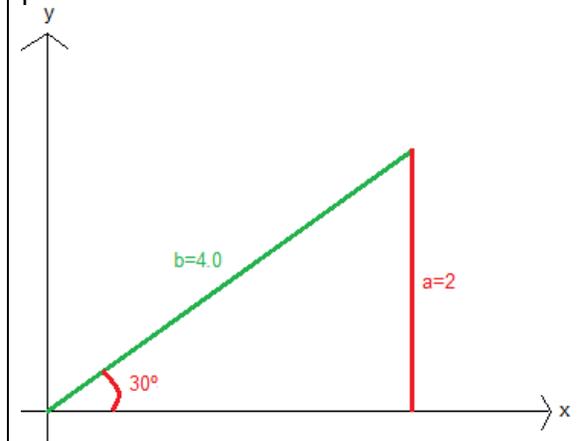


Para saber si la distancia "a" es lo suficientemente grande para poder formar un triángulo calculamos:

$$h = b \operatorname{sen}(\alpha)$$

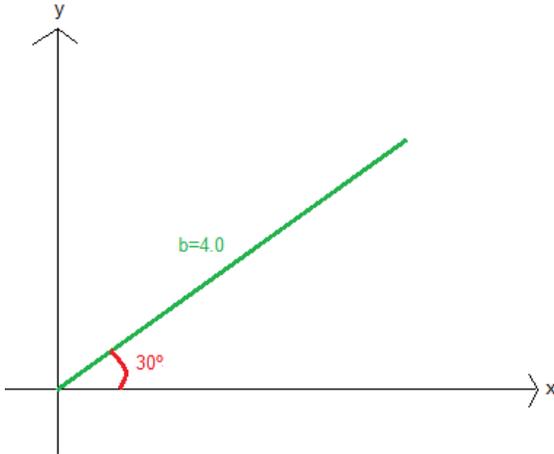
$$h = 4 \operatorname{sen}(30^\circ) = 2$$

Como $h=a$ existe un solo triángulo y es rectángulo ya que la distancia mínima para poder formarlo es cuando el valor de $a=2$.



3. Sea $a = 2.0$, $b = 4.0$ y $\alpha = 30^\circ$, encontrar los demás lados del triángulo:

Planteando el dibujo correspondiente tenemos:

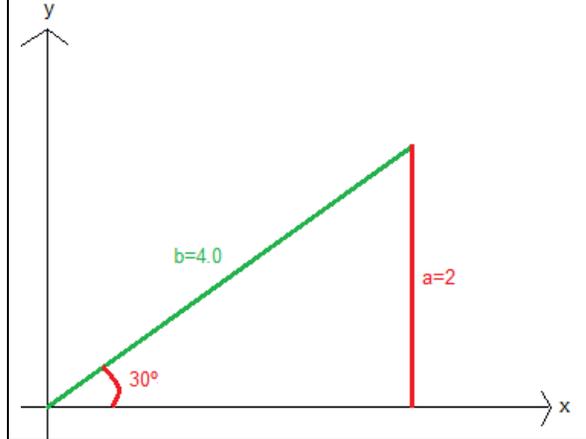


Para saber si la distancia "a" es lo suficientemente grande para poder formar un triángulo calculamos:

$$h = b \operatorname{sen}(\alpha)$$

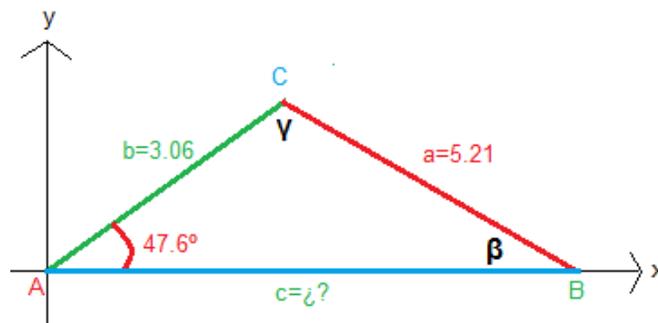
$$h = 4 \operatorname{sen}(30^\circ) = 2$$

Como $h=a$ existe un solo triángulo y es rectángulo ya que la distancia mínima para poder formarlo es cuando el valor de $a=2$.



4. Sea: $a = 5.21$, $b = 3.06$ y $\alpha = 47.6^\circ$

Ya que $a \geq b$, hay una sola posición potencial de B en el eje x. Por consiguiente, sólo hay un triángulo posible:



Aplicando Ley de Senos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen}(\alpha)} = \frac{b}{\operatorname{sen}(\beta)}$$

$$\frac{5.21}{\operatorname{sen}(47.6^\circ)} = \frac{3.06}{\operatorname{sen}(\beta)}$$

$$\operatorname{sen}(\beta) = \frac{3.06 \operatorname{sen}(47.6^\circ)}{5.21} = 0.4337$$

Existen dos ángulos, cuya medida en grados está entre 0 y 180, para los que su seno tiene un valor de 0.4337. Sin embargo, como $a > b$, puede afirmarse que $\alpha > \beta$; por consiguiente, $47.6^\circ > \beta$. Por tanto, existe un solo valor de β .

$$\beta = 25.7^\circ$$

Ahora se determina y y c para este triángulo.

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

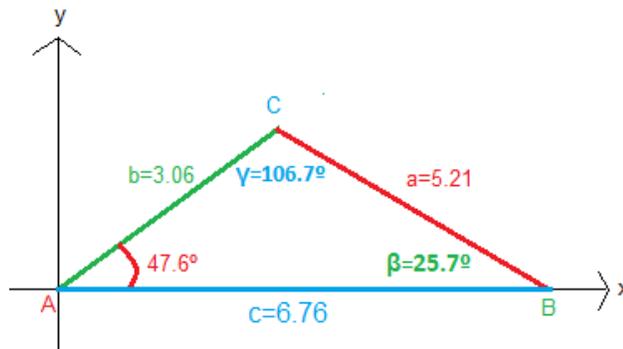
$$\gamma = 180^\circ - 47.6^\circ - 25.7^\circ = 106.7^\circ$$

Según la ley de senos:

$$\frac{c}{\text{sen}(\gamma)} = \frac{a}{\text{sen}(\alpha)}$$

$$\frac{c}{\text{sen}(106.7^\circ)} = \frac{5.21}{\text{sen}(47.6^\circ)}$$

$$c = \frac{5.21 \text{sen}(106.7^\circ)}{\text{sen}(47.6^\circ)} = 6.76$$



Actividad.

- Determine el número de triángulos que satisfagan el conjunto de condiciones dado y resuelva cada uno de ellos.

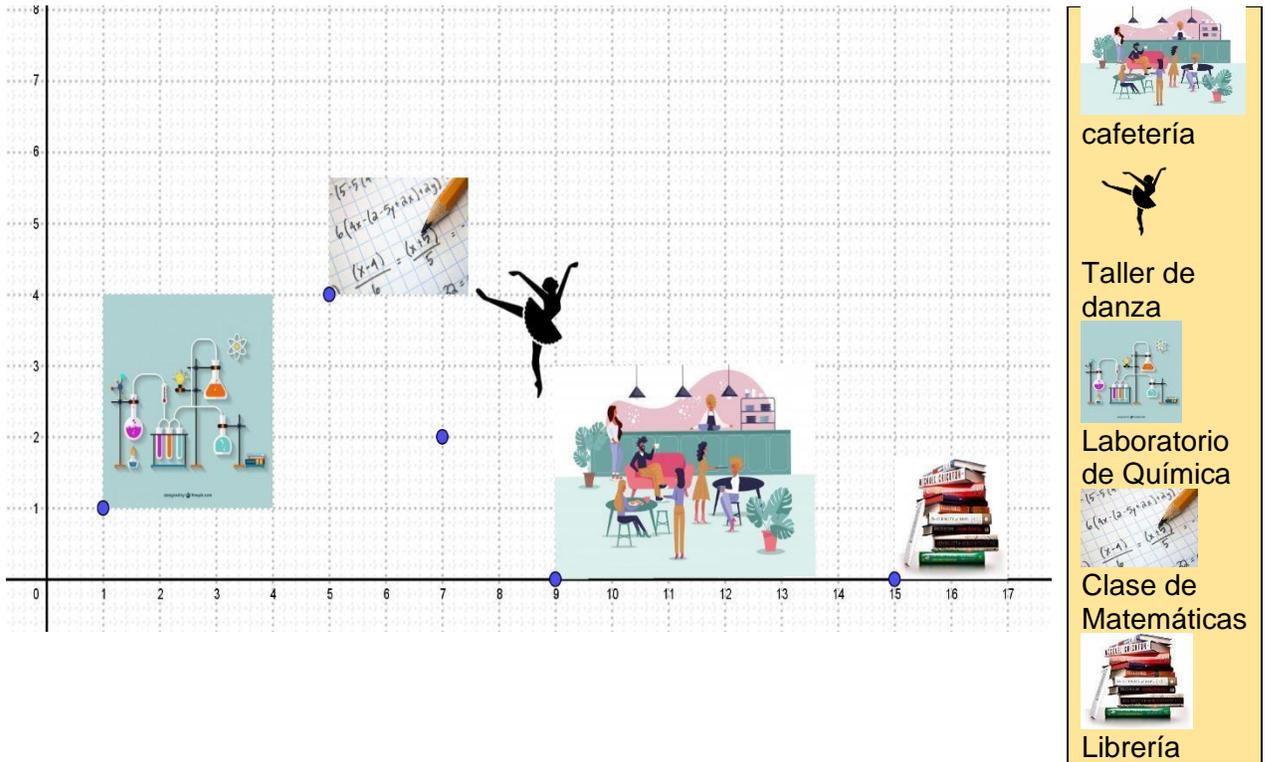
- $\alpha = 42^\circ$, $a = 6.4$, $b = 4.7$
- $b = 27$, $a = 46$, $\beta = 38^\circ$
- $b = 17$, $c = 34$, $\beta = 30^\circ$
- $c = 18.3$, $b = 12.5$, $\gamma = 58.3^\circ$
- $c = 42.5$, $a = 68$, $\gamma = 35.2^\circ$
- $a = 245$, $b = 302$, $\alpha = 136.4^\circ$
- $b = 846$, $a = 431$, $\beta = 116.4$
- $a = 40.2$, $b = 52.4$, $\alpha = 41.5^\circ$

Autor del material:	H. Laura Paz Santiago
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad II Elementos básicos de geometría analítica
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Representa la ubicación de un punto en el plano utilizando un sistema de referencia cartesiano y viceversa.
Tipo de material: i) Lectura j) Instrumento de evaluación k) Estrategia didáctica l) Secuencia didáctica m) Vídeo educativo (X) n) Formulario o) Problemario (X) p) Otro	Estrategia didáctica
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Se les solicita a los alumnos una investigación previa sobre el plano cartesiano y con base a dicha investigación, realizan el archivo en pdf mostrado, donde ven la importancia de tener un sistema de referencia para localizar puntos en un plano cartesiano y algunas de sus aplicaciones. Esta actividad es introductoria a la unidad.

PLANO CARTESIANO

1. Hoy es el primer día de clases de Ana, ella no conoce aún la escuela por lo que su hermana mayor le realizó un esquema de los lugares a los que se tiene que dirigir en su primer día de clases.

Anota cada lugar como si fuera un par ordenado, guíate por el punto señalado en el esquema

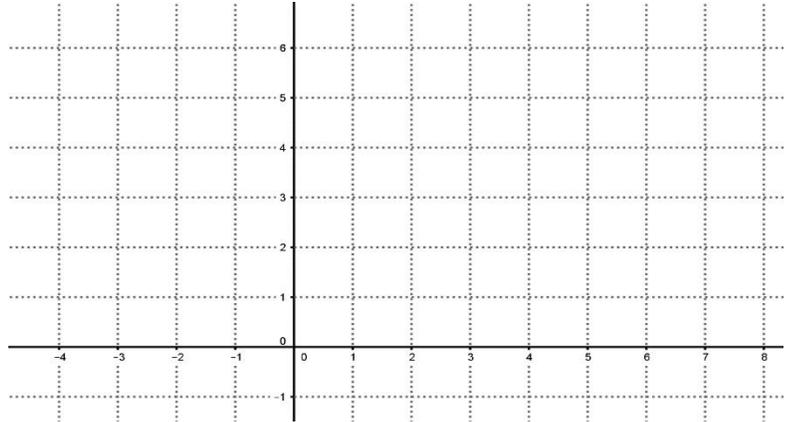


Parejas ordenadas:

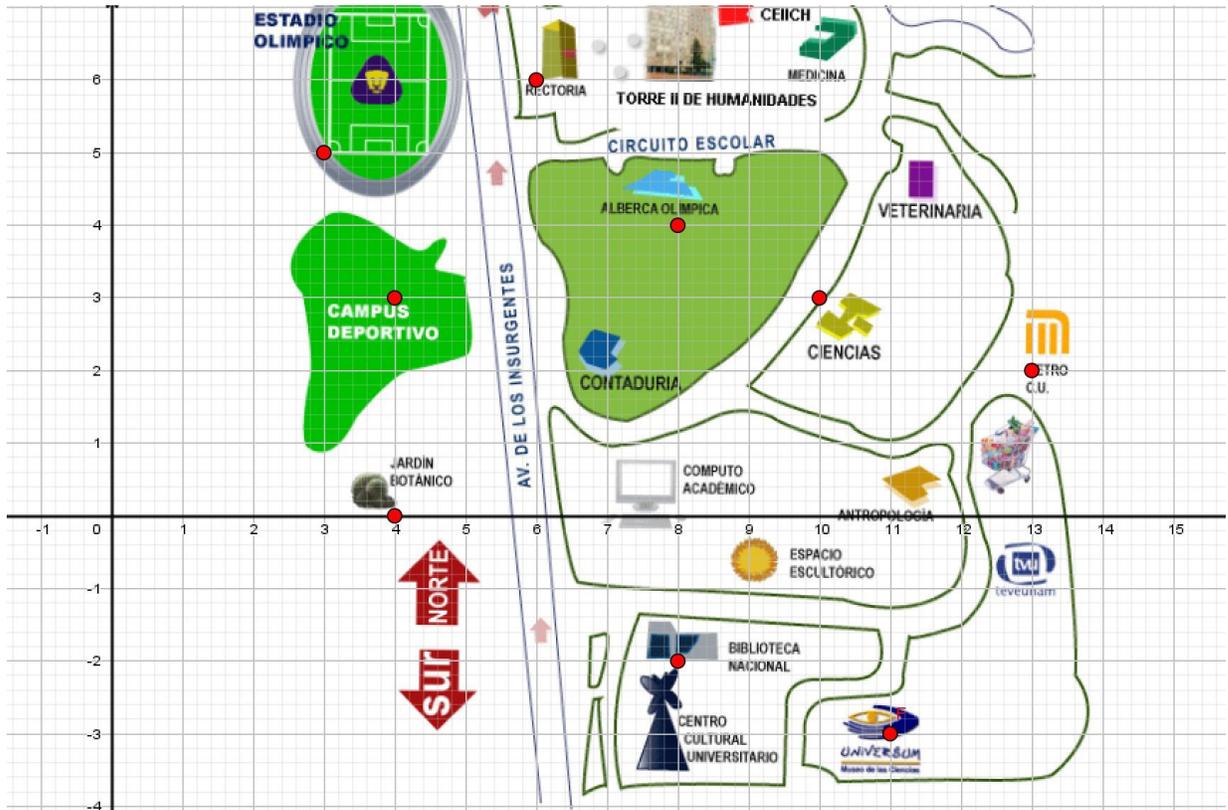
1. Laboratorio de Química _____
2. Clase de Matemáticas _____
3. Taller de danza _____
4. Cafetería _____
5. Librería _____

2. Anota los pares ordenados en el siguiente plano cartesiano.

- a) A (-1,4)
- b) F (3,4)
- c) G (6, 5)
- d) L (-3,6)



3. De acuerdo con el siguiente mapa de Ciudad Universitaria da la indicación de la ubicación de los lugares indicados por puntos en rojo.



La ubicación de un lugar nos permite obtener datos importantes, en el dibujo anterior se mostró la ubicación de algunos lugares de ciudad universitaria representados en un plano cartesiano, una de las aplicaciones del plano cartesiano es el GPS posicionamiento global, esto permite obtener datos importantes como la distancia, tiempo, velocidad entre otros datos. Calculemos distancias, tiempo y velocidad según sea el caso.

- a) Ahora calcula la distancia que hay del jardín botánico a rectoría. La velocidad es de 6.11 m/s en un tiempo de 12 min. (Velocidad es m/s)
- b) Calcula la velocidad en m/s del estadio a la facultad de ciencias. El tiempo es de 6 min con una distancia de 3.3 km
- c) Calcula el tiempo empleado del campus deportivo a Universum. La distancia es de 14100m con una velocidad de 10.2175 m/s
- d) Calcula la distancia que hay del metro universidad a Universum si el tiempo es de 10 min y la distancia de 3.7 km

Autor del material:	Brenda del Carmen Muñoz Ramírez
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad II Elementos básicos de geometría analítica
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Representa la ubicación de un punto en el plano utilizando un sistema de referencia cartesiano y viceversa.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Ejercicio de apertura para la unidad.
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Actividad de apertura para el Sistema de Referencia Cartesiano, donde los alumnos deben realizar una investigación, contestando las preguntas: ¿Qué son las coordenadas rectangulares?, ¿En dónde se representan?, ¿Cómo se representan?, ¿Cuáles son sus características?, y después se les proporciona un archivo donde deberán ubicar puntos en el plano cartesiano y viceversa. Instrucciones: Deberán realizar una investigación en su cuaderno acerca de lo que son las coordenadas rectangulares, en donde se representan, como se representan, cuáles son sus características. Posteriormente deberán realizar en su cuaderno las actividades indicadas en el siguiente archivo. DEBERAS ENVIAR LA FOTO DEL EJERCICIO REALIZADO, recuerda que esta debe estar clara, enfocada y derecha. Al terminar recuerda marcar como tarea completada.

UNIDAD 2

ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

COORDENADAS RECTANGULARES

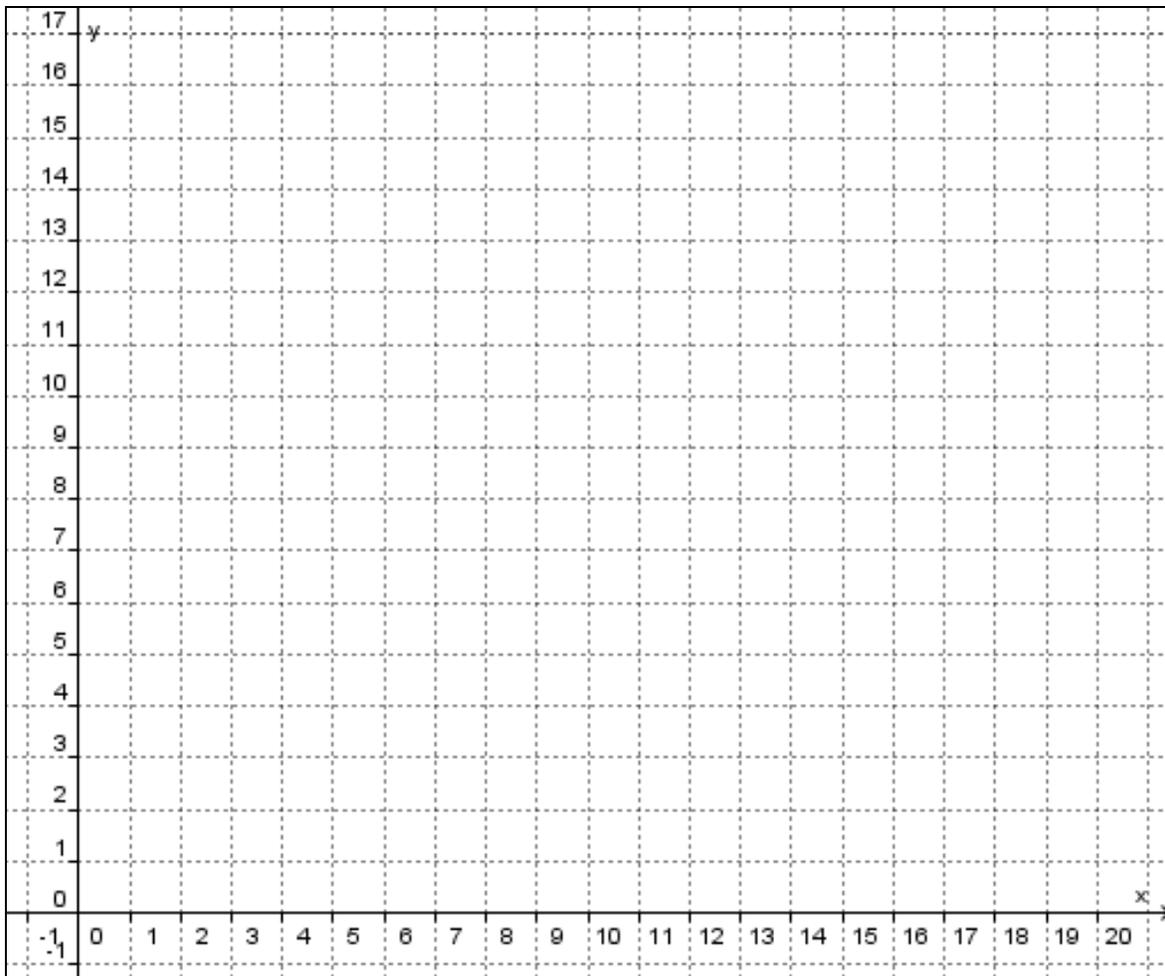
1.- Grafica las siguientes coordenadas rectangulares en el plano cartesiano.

a.- (0,8) (0,12) (3,15) (5,15) (5,14) (3,12) (2,12) (2,9) (4,11) (6,11) (8,9) (8,13) (10,11) (14,11) (16,13) (16,7) (15,6) (13,5) (11,5) (9,6) (8,7) (8,4) (9,4) (9,2) (6,2) (6,6) (4,6) (3,5) (3,4) (5,4) (5,2) (1,2) (0,8) unir los puntos con segmentos de rectas.

b.- (9,10) (11,10) (11,8) (9,8) unir los puntos con segmentos de rectas.

c.- (13,10) (15,10) (15,8) (13,8) unir los puntos con segmentos de rectas.

d.- (11,7) (12,8) (13,7) unir los puntos con segmentos de rectas.

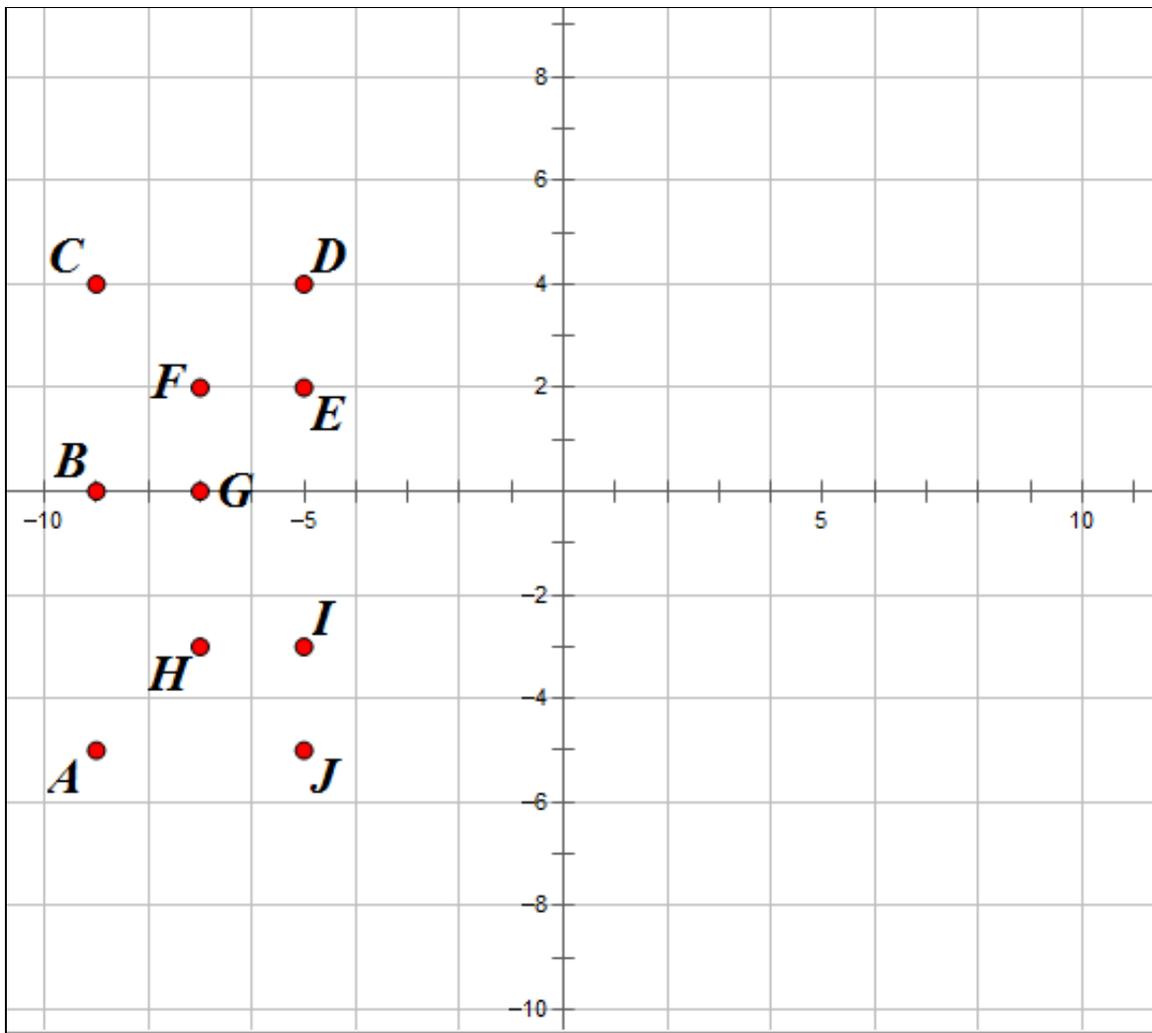


2.- Escribe las coordenadas de los puntos A, B, C, D, E, F, G, H, I, J; y únelos los puntos consecutivamente con segmentos de rectas en color azul.

En el mismo plano, localiza los siguientes puntos y únelos con segmentos de rectas en color azul. K (2, -6) L (2, -4) M (0, -4) N (0,0) O (2, 0) P (2, 2) Q (-2, 2) R (-2, -6).

En el mismo plano, localiza los siguientes puntos y únelos con segmentos de rectas en color azul. S (4, 0) T (4, -8) U (6, -8) W (6, -5) X (8, -5) Y (8, -8) Z (10, -8) AA (10,0) BB (8, 0) CC (8, -3) DD (6, -3) HH (6, 0).

En el mismo plano localiza los siguientes puntos y únelos con segmentos de rectas en color rojo. a (0, 4) b (4, 6) c (7, 4) d (4, 0) e (0, -3) f (-4, 0) g (-7,4) h (-4,6).

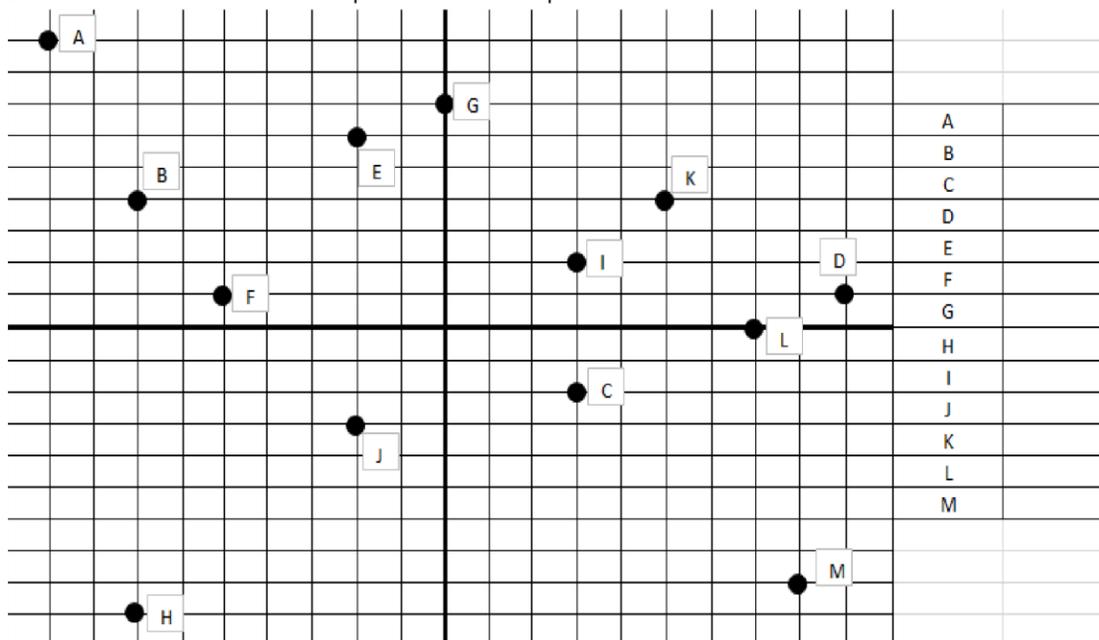


Autor del material:	Miranda González Adrián
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad II Elementos básicos de geometría analítica
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Será capaz de manejar algebraicamente algunos conceptos básicos de la geometría euclidiana y algunos lugares geométricos con la finalidad de introducir el método analítico.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Problemario
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Realiza los ejercicios plasmados en el archivo, debes tener cuidado con cada procedimiento a realizar, no olvides tener orden y limpieza en tu trabajo ya que deberás enviar la evidencia de este. Mucho éxito!!

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
CCH PLANTEL NAUCALPAN
PROBLEMARIO UNIDAD 2.- ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

1.- Identifica los siguientes puntos en el sistema de coordenadas, indica en que cuadrante se encuentran:
 $A(-5,3)$, $B(-10,-5)$, $C(-5,7)$, $D(7,-5)$, $E(5,-3)$, $F(4,-6)$, $G(-1,-7)$, $H(0,-5)$, $I(6,2)$, $J(1,-4)$

2.- Coloca las coordenadas correspondientes a cada punto:



3.- En base al ejercicio 2, calcula la distancia entre dos puntos, indica el valor de la pendiente y el ángulo de inclinación:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) \overline{HM} | e) \overline{BC} |
| b) \overline{BD} | f) \overline{GM} |
| c) \overline{KF} | g) \overline{EM} |
| d) \overline{HG} | h) \overline{HE} |

4.- ¿Cuál es el área de un cuadrado cuyos vértices son $(0,1)$, $(3,5)$, $(7,2)$, $(4,-2)$

5.- Las coordenadas de los vértices de un triángulo son $(2,1)$, $(4,1)$ y $(3,2)$, la magnitud de su perímetro es:

6.- ¿Cuánto miden las diagonales del paralelogramo cuyos vértices son A $(1,2)$, B $(6,4)$, C $(7,8)$ y D $(2,6)$?

7.- Si el punto $(x,3)$ se encuentra a la misma distancia de $(3,-2)$ y $(7,4)$, entonces el valor de x es:

8.- Los vértices de un triángulo son A $(-1,1)$, B $(-5,-3)$ y C $(-3,3)$, por la medida de sus lados el triángulo es:

9.- Un diámetro de una circunferencia de centro C $(-4,1)$, tiene como extremo al punto P $(2,6)$, Las coordenadas del otro extremo son:

10.- Los vértices de un triángulo son A $(2,2)$, B $(9,5)$ y C $(3,9)$, ¿Cuánto mide la mediana del triángulo que va desde el vértice A al lado BC?

11.- Las coordenadas del punto P que divide al segmento con extremos R $(-4,4)$ y S $(2,6)$, en la razón $r=-3$ son:

- 12.- Si A (-4,2) y B (4,6) son los puntos extremos del segmento AB, la razón r en que el punto P (2,5) divide al segmento es:
- 13.- Si A (1,1) y B (8,8) son los puntos extremos del segmento AB, la razón r en que el punto P (6,6) divide al segmento es:
- 14.- La ecuación del lugar geométrico de todos los puntos que están a 3 unidades a la izquierda del eje "y" es:
- 15.- La ecuación del lugar geométrico de todos los puntos que están a 2 unidades abajo del eje "x" son:
- 16.- Mostrar analíticamente que los puntos P (0,5), Q (4,0) y R (8,-5) son colineales:
- 17.- La ecuación de todos los puntos que equidistan de los puntos A (2,3) y B (6,7) es:
- 18.- La ecuación de todos los puntos del plano que equidistan de los puntos C (-3,1) y D (5,-1) es:
- 19.- La ecuación de todos los puntos del plano que equidistan de los puntos C (-4,-1) y D (2,1) es:
- 20.- La ecuación de todos los puntos del plano cuya distancia al punto C (2,-4) es de 5 unidades es:
- 21.- La ecuación de todos los puntos del plano cuya distancia al punto C (-3,-2) es de 7 unidades es:
- 22.- La ecuación de todos los puntos que equidistan de un punto B (5,4) y del eje X es:
- 23.- La ecuación de todos los puntos que equidistan de un punto B (-2,5) y del eje Y es:
- 24.- Encontrar las coordenadas del punto "P" que divide el segmento ST en la razón dada, S (3,-5) T (8,2), $r=1/5$.
- 25.- Encontrar las coordenadas del punto "P" que divide el segmento ST en la razón dada, S (10,2) T (-8,-10), $r=1/3$.

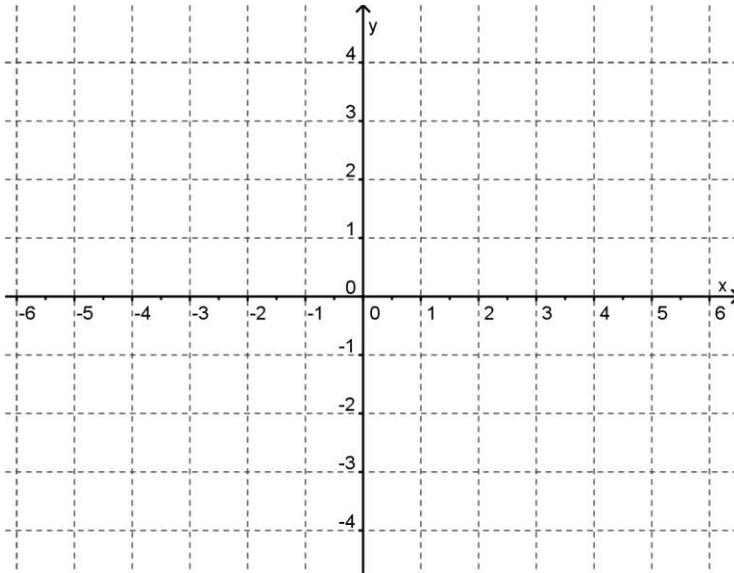
Autor del material:	Blanca Elizabeth Cruz Estrada
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad II Elementos básicos de geometría analítica
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Representa la ubicación de un punto en el plano utilizando un sistema de referencia cartesiano • Deduce la fórmula para determinar la longitud de un segmento, dados sus puntos extremos y la aplica en diferentes situaciones • Localiza los puntos de división de un segmento. • Obtiene la expresión algebraica y la gráfica de un lugar geométrico
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Serie de ejercicios
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Se eligió este material para que el alumno desarrolle cada uno de los ejercicios en tu cuaderno con el procedimiento necesario, no omitirá procedimientos para su resolución, puesto que es importante que el procedimiento se haga en orden para que analice cada paso y pueda verificarse los posibles errores, es importante la limpieza. La imagen enviada en formato PDF deberá ser clara y que este bien enfocada.

Resuelve en tu cuaderno, se presenta un plano cartesiano puedes hacerlo también en hojas milimétricas si cuentas con ellas.

Grafique cada punto, después conecte los puntos en orden alfabético e identifique la figura.

$A(2,0)$, $B(2,3)$, $C(1,3)$, $D(-0.5,-1)$, $E(-2,3)$, $F(-3,3)$, $G(-3,-3)$, $H(-2,-3)$, $I(-2,0)$, $J(-0.5,-3)$,

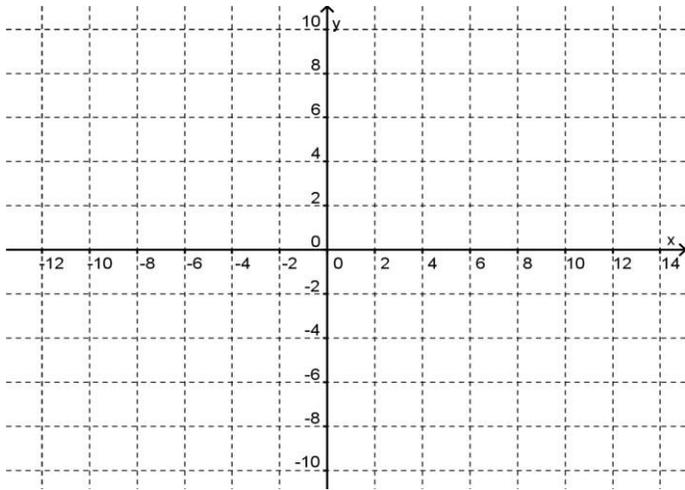
$K(1,0)$, $L(1,-3)$, $M(2,-3)$ y $N(2,0)$.



Grafique cada punto, después conecte los puntos en orden alfabético e identifique la figura.

$A(9,0.5)$, $B(5,1)$, $C(2,1)$, $D(-1,5)$, $E(-2,5)$, $F(-1,1)$, $G(-4,1)$, $H(-5,3)$, $I(-6,3)$, $J(-5.5,1)$, $K(-5.5,0)$

$L(-6,-2)$, $M(-5,-2)$, $N(-4,0)$, $O(-1,0)$, $P(-2,-4)$, $Q(-1,-4)$, $R(2,0)$, $S(5,0)$ y $S(9,0.5)$.



Resuelve en cuaderno los siguientes ejercicios

- 1) Demostrar que los puntos A (3,8), B (-11,3), C (-8,-2) son los vértices de un triángulo isósceles.
- 2) Demostrar que los tres puntos siguientes son colineales. A (-3,-2), B (5,2), C (9,4) (un conjunto de puntos situados sobre una misma línea se dice que es colineal)
- 3) Determina todos los puntos cuya coordenada x es igual a 4 y la distancia al punto (4,-3) es 2 unidades.
- 4) Las coordenadas de los puntos medios de los lados de un triángulo son los puntos de (2,5); (4,2) y (1,1). Encontrar las coordenadas de los tres vértices
- 5) Las coordenadas de los puntos medios de los lados de un triángulo son los puntos de (-2,1); (5,2) y (2,-3). Encontrar las coordenadas de los tres vértices
- 6) Las coordenadas de los puntos medios de los lados de un triángulo son los puntos de (2,5); (4,2) y $(\sqrt{2}, 45^\circ)$. Encontrar las coordenadas de los tres vértices
- 7) Encontrar la medida del ángulo agudo que forman las rectas L_1 y L_2 donde L_1 pasa por los puntos A (8,6) Y B (-2,1) y L_2 pasa por los puntos C (4,6) y D (2,-2)
- 8) Hallar las coordenadas de un punto P (x, y) que divida al segmento determinado por P_1 (1,7) y P_2 (6,-3) en la relación $r = \frac{2}{3}$
- 9) Hallar las coordenadas de un punto P (x, y) que divida al segmento determinado por P_1 (5,3) y P_2 (-3,-3) en la relación $r = \frac{1}{3}$
- 10) Hallar las coordenadas de un punto P (x, y) que divida al segmento determinado por P_1 (-2,3) y P_2 (3,-2) en la relación $r = \frac{2}{5}$

Autor del material:	Ismael Nolasco Martínez
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad II Elementos básicos de geometría analítica
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Deducirá la fórmula para determinar la longitud de un segmento, dados sus puntos extremos y la aplicará en diferentes situaciones.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Serie de ejercicios
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Realiza los ejercicios que se te proporcionan en el siguiente archivo de Word, en tu cuaderno, una vez que hayas terminado marca como tarea completada la actividad.

PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO

Para calcular las coordenadas del punto medio de un segmento se utiliza la fórmula:

1.- Gráfica y determina la coordenada del punto medio de los siguientes segmentos de rectas cuyos extremos son:

a) U (4, 6) W (12, 2)

b) F (-1, -4) G (5, 8)

c) A (-4, 1) B (3, -2)

d) P (-5, 2) Q (3, -3)

PUNTO INTERMEDIO DE UN SEGMENTO.

Para encontrar las coordenadas de un punto intermedio en un segmento, se utiliza la fórmula:

1.- Gráfica y determinar las coordenadas del punto intermedio $P_{\frac{1}{3}}$ que se encuentra en el segmento \overline{AB} si A (1, 7) y B (6, -3).

2.- Gráfica y determinar las coordenadas del punto intermedio $R_{\frac{2}{3}}$ que se encuentra en el segmento \overline{PS} si P (1, 3) y S (6, 5).

3.- El extremo de un diámetro de una circunferencia de centro C (-4, 1) es P (2,6). Determina las coordenadas del punto Q del otro extremo.

4.- El centro de un cuadrado es el punto (2,-1) y dos de sus vértices de un mismo lado son A (2, 2) y B (-1, -1). Determina las coordenadas de los otros dos vértices.

Liga del video de apoyo

https://www.youtube.com/watch?v=KlooR_2_cRw

Autor del material:	Pedro Cazarez Mena
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad II Elementos básicos de geometría analítica
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • El alumno será capaz de manejar algebraicamente algunos conceptos básicos de la geometría euclidiana
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Secuencia didáctica.
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Es importante que, a pesar de no trabajar en forma presencial, los alumnos puedan trabajar en equipo. Se formarán equipos de cinco alumnos, revisaran y realizaran las actividades indicadas en el archivo.

Razón en que un segmento es dividido por uno de sus puntos.

La razón (r) es un cociente que compara que tan grande es una parte del segmento, con respecto a la parte restante, por ejemplo, si se divide al segmento \overline{AB} en tres partes iguales, AC, CD y DB

como se muestra en la figura:



Al comparar el segmento \tilde{AC} con él se obtiene:

$$r = \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$$

$$r = \frac{1}{2}$$

Lo que significa que el segmento \tilde{AC} es la mitad del tamaño del segmento \overline{CB} .

En cambio, al comparar \tilde{AD} con DB se obtiene:

$$r = \frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}$$

$$r = \frac{2}{1}$$

$$r = 2$$

Lo que significa que el segmento AD es el doble

del tamaño del segmento DB

Serie de ejercicios 7

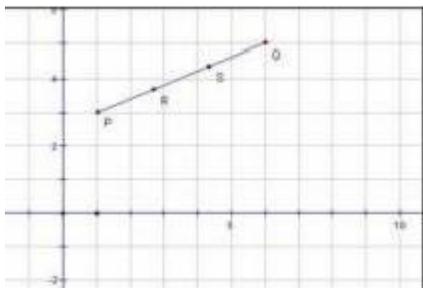
1. Obtén las razones posibles de los puntos que dividen al segmento en cuatro partes iguales. Elabora la gráfica
2. Obtén las razones posibles de los puntos que dividen al segmento en seis partes iguales. Elabora la gráfica

Para obtener las coordenadas del punto que divide al segmento en una razón dada, se utilizará el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1

Determina las coordenadas del punto R

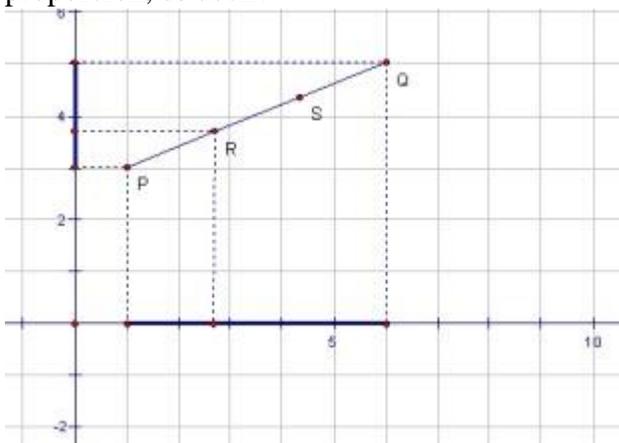
que divide al segmento PQ si éste está dividido en tres partes iguales como se muestra en la gráfica, y los extremos tienen las siguientes coordenadas: P (1,3) y Q (6,5).



Solución

El punto R divide al segmento en la razón: $\frac{1}{2}$

Però las proyecciones de los segmentos sobre ambos ejes también conservan la misma proporción, es decir:



La razón entre las proyecciones sobre el eje de las abscisas es:

$$r = \frac{(\overline{PR})_x}{(\overline{RQ})_x}$$
$$r = \frac{1}{2}$$

La razón entre las proyecciones sobre el eje de las ordenadas es:

$$r = \frac{(\overline{PR})_y}{(\overline{RQ})_y}$$
$$r = \frac{1}{2}$$

Al sustituir la proyección sobre el eje de las abscisas se obtiene:

$$r = \frac{(\overline{PR})_x}{(\overline{RQ})_x}$$
$$r = \frac{x-1}{6-x}$$

Se sustituye la razón $r = \frac{1}{2}$

$$\frac{x-1}{6-x} = \frac{1}{2}$$

Al despejar a la variable x para obtener su valor:

$$\frac{(x-1)}{6-x} = \frac{1}{2}$$
$$2(x-1) = 6-x$$
$$2x-2 = 6-x$$
$$3x = 8$$
$$x = \frac{8}{3}$$

Se realiza el mismo procedimiento, para encontrar la ordenada de R y se obtiene:

$$r = \frac{(\overline{PR})_y}{(\overline{RQ})_y}$$
$$\frac{y-3}{5-y} = \frac{1}{2}$$

Al despejar a la variable y :

$$2(y - 3) = 5 - y$$

$$2y - 6 = 5 - y$$

$$3y = 11$$

$$y = \frac{11}{3}$$

Por lo tanto, las coordenadas del punto R son $(\frac{8}{3}, \frac{11}{3})$.

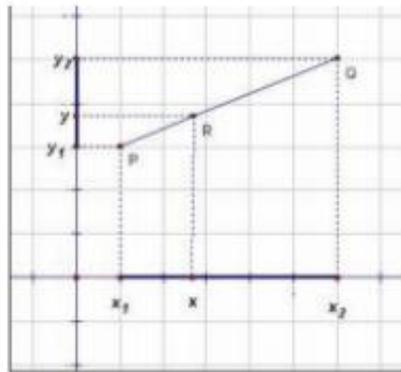
Determina las coordenadas del punto S del ejemplo de la sesión anterior.

Al generalizar para obtener las coordenadas de cualquier punto $R(x,y)$ que divide

al segmento (\overline{PQ})

$P(x_1, y_1)$,

$Q(x_2, y_2)$ en una razón dada (r) se obtiene:



$$r = \frac{(\overline{PR})_x}{(\overline{RQ})_x}$$

$$r = \frac{x_1 - x}{x - x_2}$$

$$r = \frac{(\overline{PR})_x}{(\overline{RQ})_x}$$

$$r = \frac{x_1 - x}{x - x_2}$$

Si se despeja a la variable x se obtiene:

$$r(x_2 - x) = x - x_1$$

$$rx_2 - rx = x - x_1$$

$$-x - rx = -x_1 - rx_2$$

$$x(-1 - r) = -x_1 - rx_2$$

$$x = \frac{-x_1 - rx_2}{-1 - r}$$

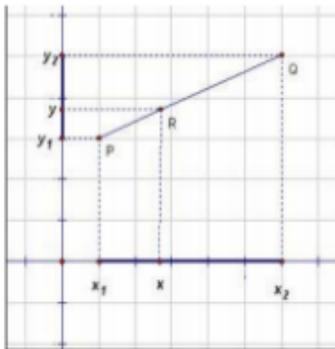
$$x = \frac{-(x_1 + rx_2)}{-(1 + r)}$$

$$x = \frac{(x_1 + rx_2)}{(1 + r)}$$

al segmento (\overline{PQ})

$P(x_1, y_1)$,

$Q(x_2, y_2)$ en una razón dada (r) se obtiene:



$$r = \frac{(\overline{PR})_x}{(\overline{RQ})_x}$$

$$r = \frac{x_1 - x}{x - x_2}$$

$$r = \frac{(PR)_y}{(RQ)_y}$$

$$r(y_2 - y) = y - y_1$$

$$ry_2 - ry = y - y_1$$

$$-y - ry = -y_1 - ry_2$$

$$y(-1 - r) = -y_1 - ry_2$$

$$y = \frac{-y_1 - ry_2}{-1 - r}$$

$$y = \frac{-(y_1 + ry_2)}{-(1 + r)}$$

$$y = \frac{(y_1 + ry_2)}{(1 + r)}$$

Las coordenadas de un punto que divide a un segmento en una razón dada son:

$$\left(\frac{x_1 + rx_2}{1 + r}, \frac{y_1 + ry_2}{1 + r} \right)$$

Nota: El punto que divide al segmento en dos partes iguales es el punto medio y la razón es igual a uno.

Las coordenadas del punto medio del segmento son:

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Serie de ejercicios 8

Obtén las coordenadas:

1. Del punto R que divide al segmento (\overline{PQ}) $P(2,3)$, $Q(6,1)$ en dos partes iguales (punto medio).

Autor del material	Angélica Garcilazo Galnares
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad II. Elementos básicos de geometría analítica
Aprendizaje(s) que apoya	<p>Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Obtiene la expresión algebraica y la gráfica de un lugar geométrico.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario g) Problemario h) Otro	Problemario
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	En el material se encuentran videos con algunos ejemplos resueltos para la obtención de la expresión algebraica de lugares geométricos, así como un problemario para ser resuelto por los alumnos.

LUGARES GEOMÉTRICOS

Propósitos:

Que el alumno reconozca que se incrementan las posibilidades de análisis y aplicación de la Geometría Euclidiana, al incorporar al estudio de los objetos y relaciones geométricas la representación y los procedimientos del álgebra.

Lugares Geométricos

El conjunto de los puntos, y solamente de aquellos puntos cuyas coordenadas satisfagan a una ecuación, se llama gráfica de la ecuación o, bien, su lugar geométrico. Por otro lado, cualquier punto cuyas coordenadas satisfacen la ecuación, pertenece a la gráfica de la ecuación.

Lo importante es que, si las coordenadas de un punto satisfacen una ecuación, ese punto pertenece a la gráfica de esa ecuación y, recíprocamente, si un punto está sobre la gráfica de una ecuación, sus coordenadas satisfacen la ecuación.

Ejemplos que se comparten en videos Ejemplo 1

Hallar la ecuación del lugar geométrico de todos los puntos $P(x, y)$ del plano que equidistan de los puntos $A(2,3)$ y $B(4,1)$.

Liga para video

<https://youtu.be/tLMyvQBkzu8>

Ejemplo 2

Un punto se mueve de tal manera que su distancia al eje Y disminuida en 3 es siempre igual al doble de su distancia al eje X. Hallar la ecuación de su lugar geométrico.

Liga para video

<https://youtu.be/cXhkXBIsIZ0>

Ejemplo 3

Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto $P(x, y)$ que se mueve de tal manera que el cuadrado de su distancia al punto $A(4,1)$ es siempre igual a su distancia al eje Y. Liga para video

<https://youtu.be/wFBG-7NwW7o>

Ejemplo 4

Encontrar la ecuación del lugar geométrico de los puntos $P(x, y)$ del plano cuya suma de los cuadrados de sus distancias a los puntos $A(-3,1)$ y $B(5,1)$ sea igual a 82.

Liga para vídeo

<https://youtu.be/PmnBAjmWY6U>

Ejercicios propuestos

1. Un punto $P(x, y)$ se mueve de tal manera que su distancia al origen es siempre igual a 2. Hallar la ecuación de su lugar geométrico y graficar.
2. Un punto $P(x, y)$ se mueve de tal manera que su distancia al eje X es siempre igual a su distancia del punto $A(0,4)$. Hallar la ecuación de su lugar geométrico.
3. Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto $P(x, y)$ que se mueve de tal manera que siempre equidista de los puntos $A(3, -5)$ y $B(-6,2)$.
4. Obtener la ecuación del lugar geométrico de los puntos $P(x, y)$ del plano que equidisten del punto $A(2,1)$ y de la recta $x = -4$.
5. Hallar la ecuación del lugar geométrico de los puntos $P(x, y)$ del plano cuya distancia del eje x siempre sea igual que al punto $A(3,2)$.
6. Hallar el lugar genético de los puntos $P(x, y)$ del plano cuya distancia al punto $B(2,0)$ sea el doble de la distancia a $A(-1,0)$. Identifica la figura resultante

Autor del material:	Erik Gustavo León González
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad II Elementos básicos de geometría analítica
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Complementar con ejercicios el tema de Razón de un Segmento de Recta.
Tipo de material: <ul style="list-style-type: none"> a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro 	Ejercicios
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>En el siguiente archivo PDF se te presentan algunos ejercicios de razones de un segmento, en la primera parte se pide encontrar las coordenadas de un punto "P" (dados dos puntos y una razón), en la segunda parte se debe encontrar la razón (dados dos puntos de la recta y otro punto "P" que divide al segmento).</p> <p>Este trabajo deberá realizarse en tu cuaderno y posteriormente debes tomar fotografías, para entregar un documento PDF (la elaboración del PDF puede ser con aplicación o bien pegando las fotografías en un documento Word y guardarlo como PDF) con el nombre "Ejercicios_razon_segmento".</p> <p>Te anexo algunos videos con los que te puedes apoyar en este tema.</p>

Ejercicios de Razón.

1. Encontrar las coordenadas de un punto que divida el segmento \overline{AB} en la razón "r".

- a) $A (1,7), B (6,-3); r=2/3$
- b) $C (4,-3), D (1,4); r=2$
- c) $E (-2,3), F (3,-2); r=2/5$

2. Los extremos de un segmento son los puntos A, B . Hallar la razón $\frac{AP}{PB}$ en que el punto "P" divide al segmento.

- a) $A (7,4), B (-1,-4); P (1,-2)$
- b) $C (6,-2), D (18,10); P (14,6)$
- c) $E (-12,4), F (-4,8); P (-8,6)$

Direcciones de enlace de los videos

<https://www.youtube.com/watch?v=zZQomZDNbN4>

<https://www.youtube.com/watch?v=pyCs4c88wws>

<https://www.youtube.com/watch?v=68Fn1XAZBqo>

<https://www.youtube.com/watch?v=FPIXFkihr50>

Autor del material:	Rosales Suárez Josemaría
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad III La recta y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • La recta, como un invariante. • Obtiene la ecuación de una recta, dadas dos condiciones. • Determina el ángulo que se forma cuando dos rectas se cortan, en términos de sus pendientes. • Determina cuando dos rectas son paralelas, perpendiculares o ninguna de las dos, a partir de sus ecuaciones. • Dada la ecuación de una recta el alumno es capaz de encontrar las ecuaciones de rectas paralelas y/o perpendiculares a ella.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Problemario
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Resuelve los siguientes problemas. Recuerda anexar un archivo con los procedimientos de solución

PROBLEMARIO DE LA UNIDAD 3

Resuelve los problemas y selecciona la respuesta correcta.

* Obligatorio

1

Una recta pasa por los puntos $A(-6,-4)$ y $B(-3,2)$ y es paralela a la recta que pasa por los puntos $C(1,1)$ y $D(0,y)$. ¿Cuál es el valor de la ordenada del punto D ? *

(1 Punto)

- 2
- 1
- 2
- 3

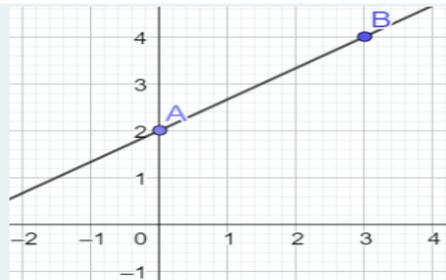
2

¿Cuáles son los valores de los coeficientes a y b de la recta $ax+by+10=0$ para que sea perpendicular a la recta $2x-3y-5=0$? *

(1 Punto)

- $a = 3, b = -2$
- $a = 3, b = 2$
- $a = -3, b = 2$
- $a = 2, b = 3$

3



Es la ecuación de la recta correspondiente a la gráfica *

(1 Punto)

- $y = \frac{3}{2}x + 2$
- $y = \frac{2}{3}x + 2$
- $y = -2x + 2$
- $y = 3x + 2$

4

Es la medida del ángulo entre las siguientes rectas que se cortan: *

(1 Punto)

$$x + 4y - 18 = 0$$

$$-4x + 5y - 27 = 0$$

- 52.7°
- 64.6°
- 48.8°
- 73.6°

5

Escribe tu nombre y tu grupo *

Escriba su respuesta

6

Es el valor de la ordenada al origen de la recta *
(1 Punto)

$$-x + 2y + 10 = 0$$

- 5
- 1
- $\frac{1}{5}$
- 2

7

1	$3x - 4y + 5 = 0$
2	$4x - 4y - 7 = 0$
3	$-x - 2y + 3 = 0$
4	$4x + 3y + 6 = 0$
5	$2x - 2y + 3 = 0$
6	$2x - 4y + 7 = 0$

Del siguiente conjunto de rectas seleccione las que son paralelas. *
(1 Punto)

- 1 y 6
- 3 y 1
- 2 y 5
- 2 y 4

8

Dada la recta $5x + 9y - 21 = 0$, obtenga la ecuación de la recta paralela a esta y que pasa por el punto $A(2,5)$ *
(1 Punto)

- $5x - 9y - 55 = 0$
- $9x - 5y - 55 = 0$
- $5x + 9y - 55 = 0$
- $-5x - 9y - 55 = 0$

9

Es la distancia del punto $A(6,5)$ a la recta $3x - 6y + 44 = 0$ *
(1 Punto)

- 5.28 u
- 7.53 u
- 4.77 u
- 2.33 u

10

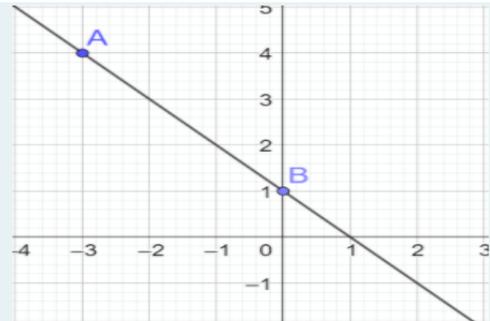
Verifica si los puntos A(1,3), B(2,1), C(3,-1) y D(0,1) pertenecen a la recta. Selecciona la afirmación verdadera *

(1 Punto)

$$2x + y - 5 = 0$$

- Los cuatro puntos pertenecen a la recta
- Solo el punto A pertenece a la recta
- El punto D no pertenece a la recta
- Ninguno de los puntos pertenecen a la recta

11



Es la ecuación de la recta correspondiente a la gráfica *

(1 Punto)

- $-x - y + 1 = 0$
- $x + y + 1 = 0$
- $x - y + 1 = 0$
- $x - y - 1 = 0$

12

Es la ecuación de la recta que pasa el punto C(-1,-6) y su pendiente es $m = (-2/7)$ *

(1 Punto)

- $-2x + 7y + 44 = 0$
- $2x + 7y + 44 = 0$
- $-2x - 7y + 44 = 0$
- $2x + 7y - 44 = 0$

13

Es punto de intersección de las rectas *

(1 Punto)

$$3x - y - 3 = 0 \qquad -4x + 3y - 1 = 0$$

- $x = 2, y = 3$
- $x = 4, y = 1$
- $x = 1, y = 3$

14

Dada la recta $-11x+2y-6=0$, obtenga la ecuación de la recta perpendicular a esta y que pasa por el punto $B(1,3)$ *
(1 Punto)

- $-2x - 11y + 35 = 0$
- $2x - 11y + 35 = 0$
- $-2x - 11y - 35 = 0$
- $11x - 2y + 35 = 0$

15

Es punto de intersección de las rectas *
(1 Punto)

$$-x + 5y - 5 = 0 \qquad -2x + y + 5 = 0$$

- $x = \frac{7}{3}, y = \frac{2}{3}$
- $x = \frac{3}{10}, y = \frac{2}{3}$
- $x = \frac{13}{3}, y = \frac{5}{8}$
- $x = \frac{10}{3}, y = \frac{5}{3}$

16

Una recta pasa por los puntos $A(1,2)$ y $B(2,4)$ y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $C(3,5)$ y $D(x,7)$. ¿Cuál es el valor de la ordenada del punto D . *
(1 Punto)

- 3
- 1
- 4
- 2

17

Es el valor de la pendiente de la recta *
(1 Punto)

$$3x + 5y - 9 = 0$$

- $\frac{3}{5}$
- $-\frac{5}{3}$
- $-\frac{3}{5}$
- 5

18

Es la distancia entre las siguientes rectas paralelas: *
(1 Punto)

$$x + 2y - 3 = 0$$

$$x + 2y + 5 = 0$$

- 5.65 u
- 3.57 u
- 2.65 u
- 7.89 u

19

Es la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(1,2) y B(7,3) *
(1 Punto)

- $-x - 6y - 11 = 0$
- $-x + 6y + 11 = 0$
- $x - 6y - 11 = 0$
- $-x + 6y - 11 = 0$

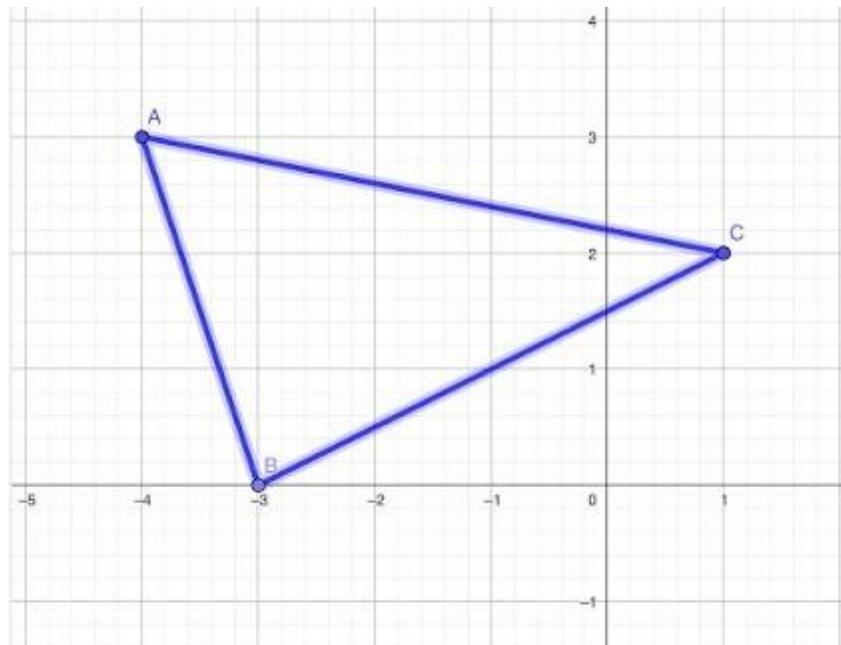
Autor del material: H. Laura Paz Santiago	
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad III La recta y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Determina cuando dos rectas son paralelas, perpendiculares o ninguna de las dos, a partir de sus ecuaciones. • Dada la ecuación de una recta el alumno es capaz de encontrar las ecuaciones de rectas paralelas y/o perpendiculares a ella. • Identifica y transita en las diferentes formas la ecuación de la recta (ordinaria o canónica, general y simétrica). • Resuelve problemas de corte euclidiano usando geometría analítica.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Instrumento de evaluación
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Cuestionario realizado en formulario de Google utilizado para evaluar la unidad de la recta y su ecuación cartesiana, se evaluarán aprendizajes como distancia de un punto a una recta, concepto de pendiente, rectas notables, ecuación general de la recta y sus diferentes representaciones, condiciones de paralelismo y perpendicularidad.

Unidad III La Recta y su ecuación cartesiana

1. Nombre:

2. N. de Cuenta:

3. 1. A partir del siguiente triángulo mostrado en la figura, calcula la medida de los ángulos interiores e indica cuáles son sus valores



Marca solo un óvalo.

A=59.26° B=91.37° C=29.37°

A=61.56° B=80.2° C=38.24°

A=60.26° B=81.87° C=37.87°

A=58.3° B=83.2° C=38.5°

4. Del triángulo formado por los puntos A (-4,3) B (-3,0) C (1,2), indica cuál es la ecuación correspondiente a la mediatriz del segmento AB *Marca solo un óvalo.*

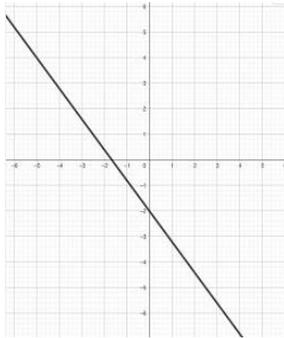
- $2x+3y-8=0$
- $x+2y-6=0$
- $2x-3y-5=0$
- $x-3y+8=0$

5. ¿Cuál es el valor de la m de la recta formada por los puntos A (-5,8) B (2,-4)

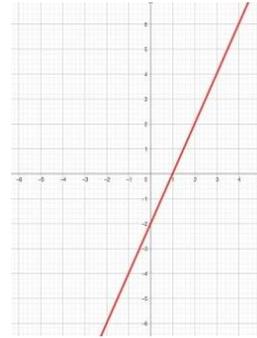
- $\frac{12}{7}$
- $-\frac{12}{7}$
- $\frac{7}{6}$
- $\frac{6}{7}$

6 Indica cuál grafica es la que corresponde a la ecuación $y= -7x/3 -2$

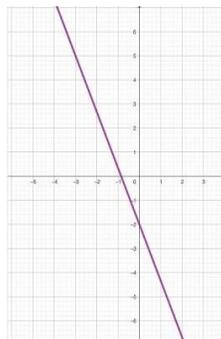
a



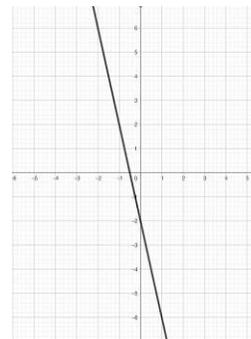
b



c



d



- 7 ¿Cuál es la respuesta correspondiente de la distancia del punto A (-5,-1) a la recta $9x-7y-8=0$?

$dPR = \frac{44}{\sqrt{130}}$	$dPR = \frac{60}{\sqrt{130}}$
-------------------------------	-------------------------------

a

b

$dPR = \frac{30}{\sqrt{130}}$	$dPR = \frac{46}{\sqrt{130}}$
-------------------------------	-------------------------------

c

d

- 8 ¿Cuál es la ecuación de la recta correspondiente a la altura que pasa por A del triángulo formado por los puntos: A (-5,2) B (1, -1) y C (-2,5) Marca solo un óvalo?

$2x-y-9=0$

$x-2y-5=0$

$x-2y+9=0$

$2x-y+5=0$

- 9 indica cual es la ecuación correspondiente a la mediana que pasa por el vértice ¿B? Si los vértices del triángulo formado son A (-5,2) B (1,-1) C (-2,5) Marca solo un óvalo.

$2x-2y-1=0$

$x+y=0$

$x-y=0$

$x+y-1=0$

10. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto A (-2,7) y es paralela a la recta

$x-2y+9=0$

Marca solo un óvalo.

$2x+2y+8=0$

$x+2y+8=0$

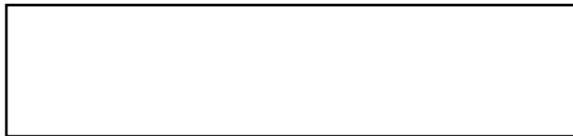
$x-2y+16=0$

$x+2y-16=0$

Autor del material: Ismael Nolasco Martínez	
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad III La recta y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Entenderá a la pendiente de una recta, como un invariante. • Obtendrá la ecuación de una recta, dadas dos condiciones.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Serie de ejercicios
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Realiza los ejercicios que se te solicitan en el siguiente archivo de Word, te puedes apoyar en el video que te comparto, al terminar la serie de ejercicios completa deberás marcar como completada la tarea, deberás enviar como evidencia las fotos de cada uno de los ejercicios

ECUACIÓN DE LA RECTA DADOS UN PUNTO Y SU PENDIENTE.

Cuando se conocen la pendiente y uno de los puntos de una recta, la ecuación de esta se determina mediante la expresión:



Determina la ecuación de la recta en cada uno de los siguientes casos.

- 1.- Pasa por el punto P (2,3) y su pendiente es $m= 2$
- 2.- Pasa por el punto P (-3,5) y su pendiente es $m= -3$
- 3.- Pasa por el punto P (-1,-6) y su pendiente es $m= 4$
- 4.- Pasa por el punto P (5,-1) y su pendiente es $m= -1$
- 5.- Pasa por el punto P (4,7) y su pendiente es $m= -1/4$
- 6.- Pasa por el punto P (-5,1) y su pendiente es $m= 3/2$
- 7.- Pasa por el punto P (-6,-2) y su pendiente es $m= -5/2$
- 8.- Pasa por el punto P (1,-5) y su pendiente es $m= 9/2$

Liga del video elaborado por el profesor

https://www.youtube.com/watch?v=GLXQmMa_JBc

Autor del material:	Brenda del Carmen Muñoz Ramírez
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad III La recta y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Determina el ángulo que se forma cuando dos rectas se cortan, en términos de sus pendientes.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Investigación y serie de ejercicios.
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>Los alumnos deben realizar una investigación acerca de cómo obtener el ángulo que se forma cuando dos rectas se intersecan o se cortan, para poder tener elementos para realizar los ejercicios solicitados, además se les proporcionan ejemplos desarrollados para que los puedan consultar y finalmente se les proporcionan las soluciones para que puedan revisar su trabajo.</p> <p>Instrucciones: Deberás realizar una investigación acerca de cómo obtener el ángulo que se forma cuando dos rectas se intersecan o se cortan. Se te proporcionan archivos de Word; en uno se muestran ejemplos de los ejercicios que deberás realizar y en otro se encuentran los ejercicios que deberás realizar en tu cuaderno de forma completa y ordenada. Cuando termines de realizar los ejercicios, revisa tus respuestas con el tercer archivo proporcionado, envía foto de los ejercicios y marca tu tarea como completada.</p>

ÁNGULO ENTRE DOS RECTAS QUE SE CORTAN

Para determinar el ángulo entre dos rectas que se cortan se utiliza la expresión:

Ángulo entre dos rectas que se cortan:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1} \right)$$

Ejemplo 10. Graficar y obtener el ángulo que forma la recta que pasa por los puntos $A(1, 1)$ y $B(4, 7)$ con la recta que pasa por los puntos $C(-3, 1)$ y $D(-4, 2)$.

Se determinan las pendientes de cada una de las rectas:

Pendiente de la recta AB

$$m_1 = \frac{7 - 1}{4 - 1}$$

$$m_1 = \frac{6}{3}$$

$$m_1 = 2$$

Pendiente de la recta CD

$$m_2 = \frac{2 - 1}{-4 - (-3)} = \frac{2 - 1}{-4 + 3}$$

$$m_2 = \frac{1}{-1}$$

$$m_2 = -1$$

Sustituimos m_1 y m_2 en la expresión $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1} \right)$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-1-2}{1+(-1)(2)} \right)$$

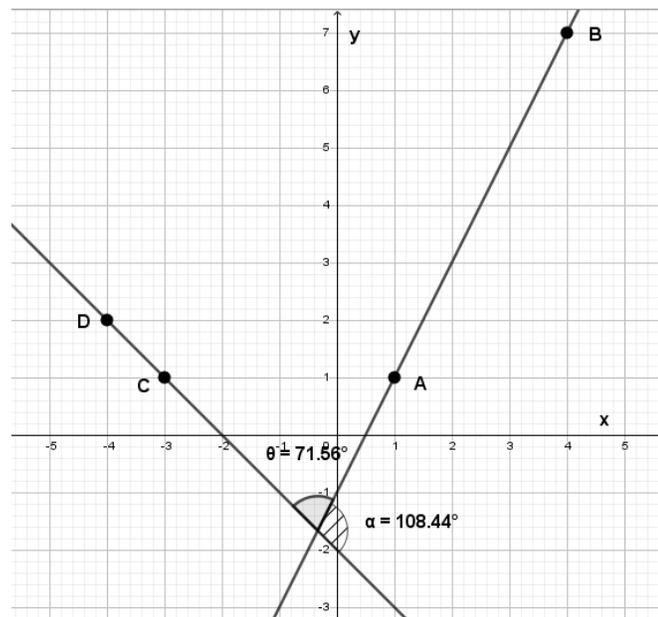
$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-3}{1-2} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{-3}{-1} \right) = \tan^{-1} (3)$$

$$\theta \approx 71.56^\circ$$

Para determinar el otro ángulo formado solo se resta a 180° el ángulo θ .

$$\alpha = 180^\circ - 71.56^\circ \approx 108.43^\circ$$

Para graficar las rectas se hace con los puntos dados.



Ejemplo 11. Graficar y obtener el ángulo que forma la recta $2x + 3y - 1 = 0$ con la $3x - 5y + 4 = 0$

A partir de las ecuaciones en su forma pendiente y ordenada al origen se obtienen las pendientes.

Para la recta $2x + 3y - 1 = 0$ sería: $y = \frac{-2x+1}{3}$ por lo tanto $m_1 = -\frac{2}{3}$

Para la recta $3x - 5y + 4 = 0$ sería: $y = \frac{-3x-4}{-5}$ por lo tanto $m_2 = \frac{3}{5}$

Sustituimos m_1 y m_2 en la expresión $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}\right)$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{3}{5} - \left(-\frac{2}{3}\right)}{1 + \left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)}\right)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{3}{5} + \frac{2}{3}}{1 - \frac{6}{15}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{9 + 10}{15}}{\frac{15 - 6}{15}}\right)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{19}{15}}{\frac{9}{15}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{19}{9}\right)$$

$$\theta \approx 64.65^\circ$$

Para determinar el otro ángulo formado solo se resta a 180° el ángulo θ .

$$\alpha = 180^\circ - 64.65^\circ \approx 115.35^\circ$$

Para graficar las rectas necesitamos mínimo 2 puntos, uno puede ser la ordenada al origen a partir de la ecuación de la recta en su forma pendiente y ordenada al origen y para el otro le damos un valor a x y obtenemos y , con la misma ecuación.

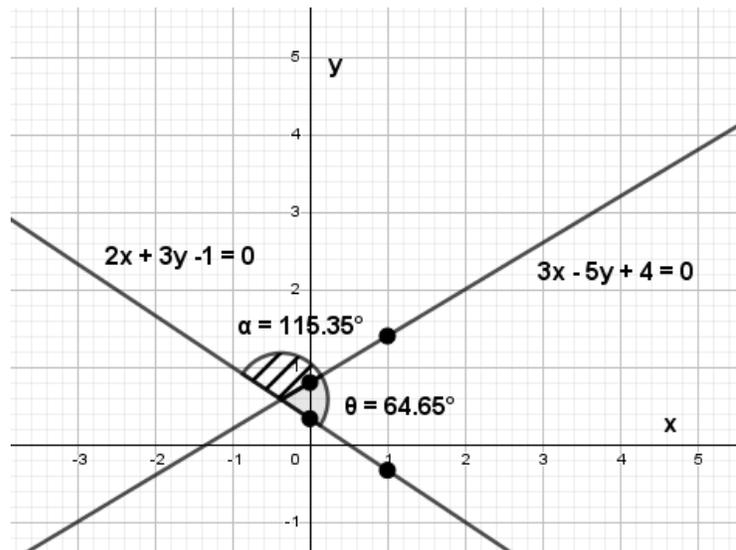
Para la recta $2x + 3y - 1 = 0$ sería: $y = \frac{-2x+1}{3}$ por lo tanto $b = \frac{1}{3}$, la ordenada al origen es el punto $\left(0, \frac{1}{3}\right)$.

Le damos a x el valor de 1 y el valor de y sería $y = \frac{-2(1)+1}{3} = \frac{-2+1}{3} = \frac{-1}{3}$, y el punto es $(1, -\frac{1}{3})$.

Para la recta $3x - 5y + 4 = 0$ sería: $y = \frac{-3x-4}{-5}$ por lo tanto $b = \frac{4}{5}$, la ordenada al origen es el punto $(0, \frac{4}{5})$.

Le damos a x el valor de 1 y el valor de y sería $y = \frac{-3(1)-4}{-5} = \frac{-3-4}{-5} = \frac{-7}{-5} = \frac{7}{5}$, y el punto es $(1, \frac{7}{5})$.

Para graficar las rectas utilizamos los puntos obtenidos para cada una.



ÁNGULO ENTRE DOS RECTAS QUE SE CORTAN.

Para determinar el ángulo entre dos rectas que se cortan se utiliza la expresión: (completa)

Realiza los siguientes ejercicios.

- a) Graficar y obtener el ángulo que forma la recta que pasa por los puntos y con la recta que pasa por los puntos y.
- b) Graficar y obtener el ángulo que forma la recta con la recta
- c) Graficar y obtener el ángulo que forma la recta que pasa por los puntos y con la recta que pasa por los puntos y.

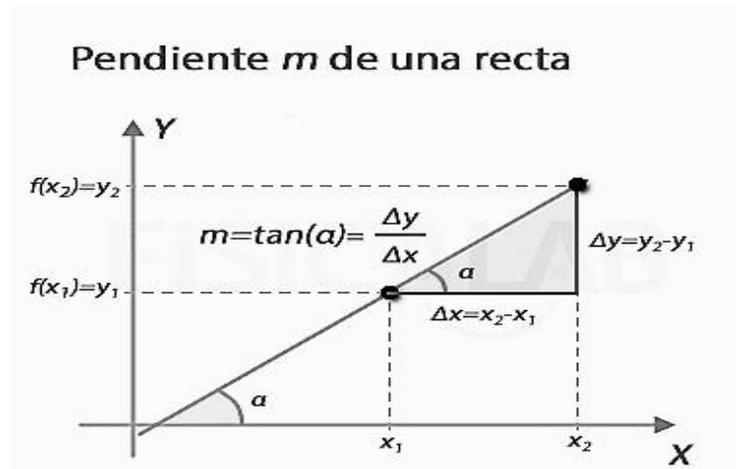
Graficar y obtener el ángulo que forma la recta con la recta

Autor del material:	Blanca Elizabeth Cruz Estrada
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad III La recta y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Determina cuando dos rectas son paralelas, perpendiculares o ninguna de las dos, a partir de sus ecuaciones. • Identifica y transita en las diferentes formas la ecuación de la recta (ordinaria o canónica, general y simétrica).
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problematario (X) h) Otro	Serie de ejercicios.
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Realiza los ejercicios en tu cuaderno del archivo pdf (actv ecua-rect), revisa el material de apoyo ecuación de la recta apuntes, al finalizar deberás enviar en un solo archivo pdf recuerda que las imágenes no deben ser borrosas

La recta y su ecuación cartesiana

Ecuación de la recta

Definición: Es el lugar geométrico de todos los puntos $P(x, y)$ tales que, si tomamos dos puntos cualesquiera que pertenezcan a ella $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, el valor de la pendiente m permanece constante. La pendiente se define como el cociente del incremento en y , Δy entre el incremento en x , Δx



Ecuación de la recta dado un punto y su pendiente.

Si tenemos un punto $P_1(x_1, y_1)$ que pertenece a una recta y conocemos su pendiente m , podemos determinar la ecuación de la recta sustituyendo en la fórmula de la pendiente las coordenadas de un punto arbitrario $P(x, y)$ sobre la recta.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Ejemplo:

La ecuación de la recta de pendiente $m = -6$, que pasa por el punto $(3, -2)$ es:

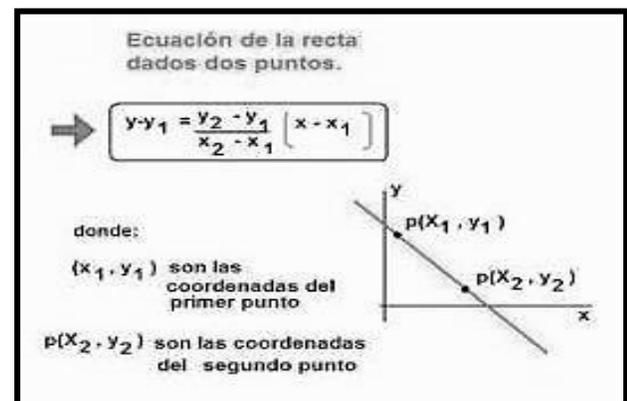
$$y - (-2) = -6(x - 3)$$

$$y + 2 = -6x + 18$$

$$y = -6x + 16$$

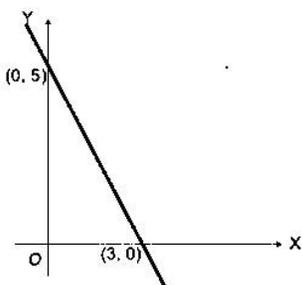
Ecuación de la recta dados dos puntos

Cuando conocemos las coordenadas de dos puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, podemos determinar la ecuación de la recta que pasa por ellos usando un tercer punto $P(x, y)$ de coordenadas arbitrarias sobre la recta, aplicando la propiedad de las pendientes entre cualquiera dos puntos de una recta es constante.



Ecuación simétrica de la recta.

- Encontrar la ecuación de la recta que intercepta los ejes X y Y en (3, 0) y (0, 5).



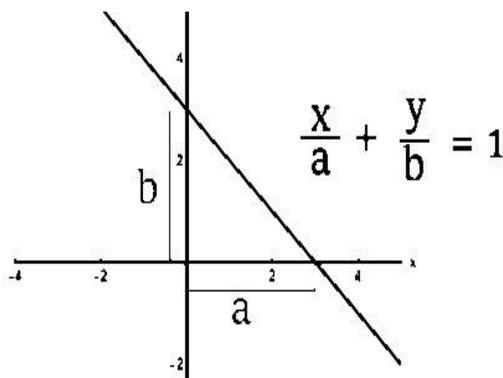
$$y - 0 = \frac{5 - 0}{0 - 3}(x - 3)$$

$$y = -\frac{5}{3}(x - 3)$$

$$y = -\frac{5}{3}x + 5$$

$$\frac{5}{3}x + y = 5$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$$



Ecuación de recta dada la pendiente y la ordenada al origen

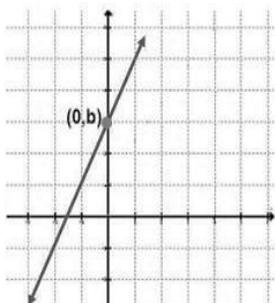
Punto por donde la recta cruza el eje de las y se la llama ordenada al origen y se representa con la letra b , este punto tendrá coordenada $(0, b)$.

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

$$m(x - 0) = y - b$$

Despejando y :

$$y = mx + b$$



$m =$ pendiente

$b =$ ordenada al origen

Ecuación Pendiente - ordenada al origen

$$y = mx + b$$

$$m = \frac{2}{5} \quad b = -6$$

$$y = \frac{2}{5}x - 6$$

$$5\left(y = \frac{2}{5}x - 6\right)$$

Ejemplo 1

Obtener la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos.

$$(3, 5) \quad (-2, -6)$$

$$x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2$$

$$y - 5 = \frac{-6 - 5}{-2 - 3}(x - 3)$$

$$y - 5 = \frac{-11}{-5}(x - 3)$$

Negativo entre negativo da positivo.

$$y - 5 = \frac{11}{5}(x - 3)$$

$$5(y - 5) = 11(x - 3)$$

$$5y - 25 = 11x - 33$$

$$11x - 5y - 8 = 0$$

Ejemplo 2

Obtener la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos.

$$\left(-\frac{1}{2}, 1\right) \quad \left(2, -\frac{3}{4}\right)$$

$$x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2$$

$$y - 1 = \frac{-\frac{3}{4} - 1}{2 - \left(-\frac{1}{2}\right)}\left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$

$$y - 1 = \frac{-\frac{7}{4}}{2 + \frac{1}{2}}\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$y - 1 = \frac{-\frac{7}{4}}{\frac{5}{2}}\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$y - 1 = -\frac{7}{10}\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$10(y - 1) = -7\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

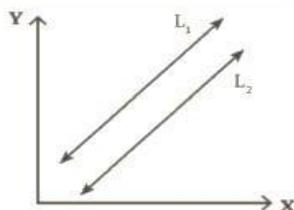
$$10y - 10 = -7x - \frac{7}{2}$$

$$7x + 10y - 10 + \frac{7}{2} = 0$$

$$7x + 10y - \frac{13}{2} = 0$$

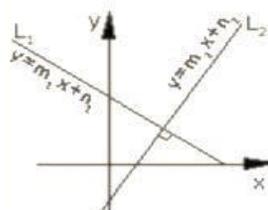
RECTAS PARALELAS

Sean $L_1: y = m_1x + n_1$
 $L_2: y = m_2x + n_2$ dos rectas.
 Dos rectas se dicen paralelas si poseen
 igual pendiente pero distinto coeficiente
 de posición, es decir,
 $m_1 = m_2$ y $n_1 \neq n_2$.

**RECTAS PERPENDICULARES**

Sean $L_1: y = m_1x + n_1$
 $L_2: y = m_2x + n_2$ dos rectas.
 Dos rectas se dicen perpendiculares si la
 multiplicación de sus pendientes es -1,
 es decir,

$$m_1 * m_2 = -1$$



También se dice que
 una es la inversa de

1

la otra $m_1 = -\frac{1}{m_2}$

Ecuación general de la recta $Ax+By+C=0$ donde A, B Y C son números reales

Observa que la ecuación general de la recta no nos permite identificar por simple inspección su pendiente (m) y el punto $(0, b)$ de intersección con el eje y . En consecuencia, si deseamos conocer m y b se hace necesario que expresemos la ecuación general en su forma canónica. Como se dijo anteriormente, la regla es despejar siempre la variable y :

$$By = -Ax - C$$

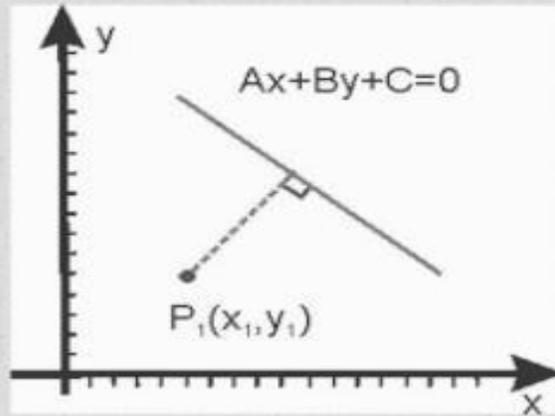
$$y = \frac{-Ax - C}{B}$$

$$y = \frac{-Ax}{B} - \frac{C}{B}$$

De esta forma determinamos que en la ecuación general de la recta obtenemos la pendiente m y el intercepto b utilizando las siguientes expresiones:

$$m = -\frac{A}{B} \quad b = -\frac{C}{B}$$

La distancia del punto $P_1(x_1, y_1)$ a la recta $Ax+By+C=0$, está determinado por la fórmula:



$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Ejemplo:

Calcula la distancia desde la recta $5x - 12y - 10 = 0$ hasta el punto $P(4, 3)$.
Sustituimos los datos conocidos en la fórmula:

$$\begin{aligned} D &= \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\ &= \frac{|5(4) - 12(3) - 10|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{|20 - 36 - 10|}{\sqrt{25 + 144}} \\ &= \frac{|-26|}{\sqrt{169}} = \frac{26}{13} = 2 \end{aligned}$$

Evaluación

Selecciona la respuesta correcta, recuerda incluir tu procedimiento en cada ejercicio. 1)

¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos $P_1(-6, 4)$ y $P_2(4, -6)$?

- a) -1 b) $-\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{10}$ d) 1

La ecuación de la recta que pasa por los puntos $P_1(-2, -1)$ y $P_2(1, 6)$ es:

- a) $14y - 5x + 4 = 0$ b) $14y - 5x - 4 = 0$
c) $5y - 14x - 23 = 0$ d) $5y - 14x + 23 = 0$

2) Escriba una ecuación en forma general de la recta que pasa a través de los puntos $(0, -7)$ y $(-7, 0)$

- a) $-x + y - 7 = 0$ b) $-x + y + 7 = 0$
c) $x + y + 7 = 0$ d) $y + 7 = 0$

3) Halla la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que siempre es equidistante de los puntos fijos $A(-2, -2)$ y $B(10, -8)$.

- a) $x - 2y - 13 = 0$ b) $2x - y + 13 = 0$ c) $2x - y - 13 = 0$
d) $2x + y + 13 = 0$ e) $2x - y - 5 = 0$

Resuelve los siguientes ejercicios

1) Dada la recta $5x + 9y - 21 = 0$ obtener:

- a) La ecuación de una recta paralela a esta que pasa por el punto $A(2, 5)$
b) La ecuación de una recta perpendicular a esta que pasa por el punto $A(2, 5)$

- 2) Emplea el concepto de pendiente para verificar que los siguientes puntos son los vértices de un triángulo rectángulo. A (6,5), B (3,7) y C (2,-1).
- 3) Encuentra la distancia de la recta al punto dado en cada uno de los siguientes incisos:
- ❖ $-2x + 4y - 10 = 0$ al punto M (0,-1)
- 4) Obtener la ecuación de la recta que pasa por el punto (4,5) y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos (4,1) y (0,3)

Autor del material:	Miranda González Adrián
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad III La recta y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Obtiene la ecuación de una recta, dadas dos condiciones • Determina el ángulo que se forma cuando dos rectas se cortan, en términos de sus pendientes. • Dada la ecuación de una recta el alumno es capaz de encontrar las ecuaciones de rectas paralelas y/o perpendiculares a ella. • Resuelve problemas de corte euclidiano usando geometría analítica
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Probleuario (X) h) Otro	Probleuario
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Realiza los ejercicios plasmados en el archivo, debes tener cuidado con cada procedimiento a realizar, no olvides tener orden y limpieza en tu trabajo ya que deberás enviar la evidencia de este en un documento PDF. Mucho éxito!!

PROBLEMARIO TERCERA UNIDAD DE MATEMÁTICAS 3

1.- Encuentra la ecuación de la recta que tiene las siguientes características:

Recta	Características	Recta	Características
1	A (7, 5)	6	A (-2, -8)
	B (-3, -2)		B (0, -4)
2	A (-4, 6)	7	A (6, 4)
	B (6,-4)		B (0, 3)
3	A (8, 2)	8	A (-3, 9)
	m=-4		B (-6, -6)
4	A (-6,-2)	9	A (7, 2)
	m=-2		Ángulo= 45°
5	A (-4, 10)	10	A (10, 4)
	B (8, 12)		Ángulo= 270°

2.- Utilizar las siguientes rectas en parejas:

- a) Recta 1 y 2
- b) Recta 4 y 5
- c) Recta 4 y 7
- d) Recta 2 y 9
- e) Recta 9 y 10

Hallar:

- a) El ángulo formado por la intersección de ambas rectas.
- b) El punto de corte de cada pareja
- c) Mediante el punto de corte, asigna valores para tabular y graficar las rectas.

3.- Encuentra las ecuaciones de las rectas que son paralelas o perpendiculares según los siguientes enunciados, gráfica:

- a) Ecuación de la recta que es paralela a la Recta 1 y pasa por el punto A (4,8)
- b) Ecuación de la recta que es paralela a la Recta 4 y pasa por el Punto (-4, -16)

- c) Ecuación de la recta que es perpendicular a la Recta 8 y pasa por el punto $(-2, 8)$
- d) Ecuación de la recta que es perpendicular a la Recta 6 y pasa por el punto $(-8, -10)$
- e) Ecuación de la recta que es perpendicular a la Recta 10 y pasa por el punto $(2, -7)$
- f) Ecuación de la recta que es paralela a la Recta 3 y pasa por $(-15, 9)$

4.- Calcula las siguientes distancias de un punto dado a una recta, gráfica:

- a) Del punto $(12, 4)$ a la Recta 3
- b) Del punto $(12, 14)$ a la Recta 6
- c) Del punto $(-15, -12)$ a la recta 2
- d) Del punto $(-9, 7)$ a la Recta 6
- e) Del punto $(14, 9)$ a la Recta 8

5.- Los puntos A, B y C son vértices de un triángulo; para cada una de las siguientes ternas de puntos;

- 1) A $(-2, 1)$, B $(4, 7)$, C $(6, -3)$
- 2) A $(2, 4)$, B $(6, 6)$, C $(8, 0)$
- 3) A $(-4, 1)$, B $(-3, 3)$, C $(3, -3)$

Encontrar:

- a. El área del triángulo.
- b. La ecuación de cada lado del triángulo.
- c. La ecuación de cada recta mediana.
- d. Las coordenadas del baricentro.
- e. La ecuación de cada mediatriz.
- f. Las coordenadas del circuncentro.

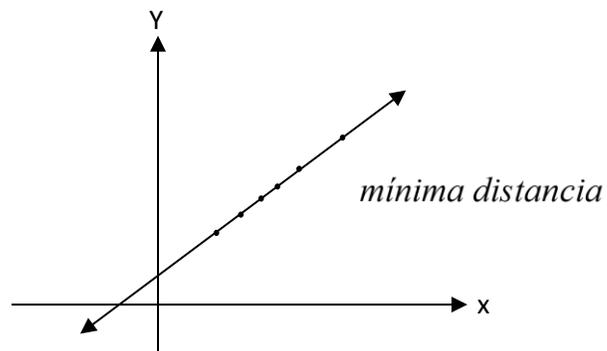
Autor del material:	Cazarez Mena Pedro
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad III La recta y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Describe a la recta como un lugar geométrico, identificando los elementos que la definen. • Entiende a la pendiente de una recta, como una invariante.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c)Estrategia didáctica d)Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Archivo impreso o en línea en Word.
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	En equipos de cinco alumnos revisar y hacer un resumen del material y en plenaria exponerlo. La finalidad es que el alumno sea activo

DEFINICION DE LA RECTA

Como tal no hay una definición de RECTA, pero se dice que es un conjunto de puntos en el cual un punto que se encuentra entre otros dos tiene la mínima distancia.

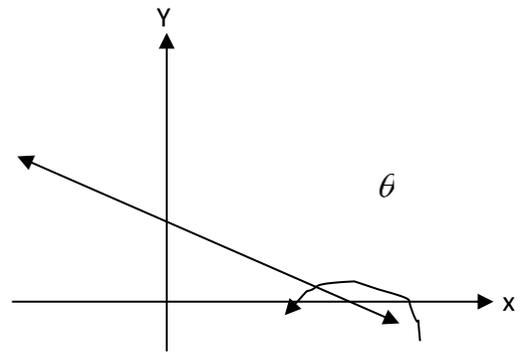
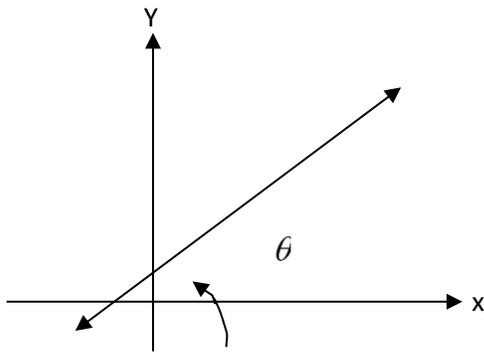
De acuerdo con los axiomas de Euclides las propiedades fundamentales de la recta son:

- Dados dos puntos se puede trazar la recta que los une.
- Dos rectas distintas se cortan en un punto o son paralelas



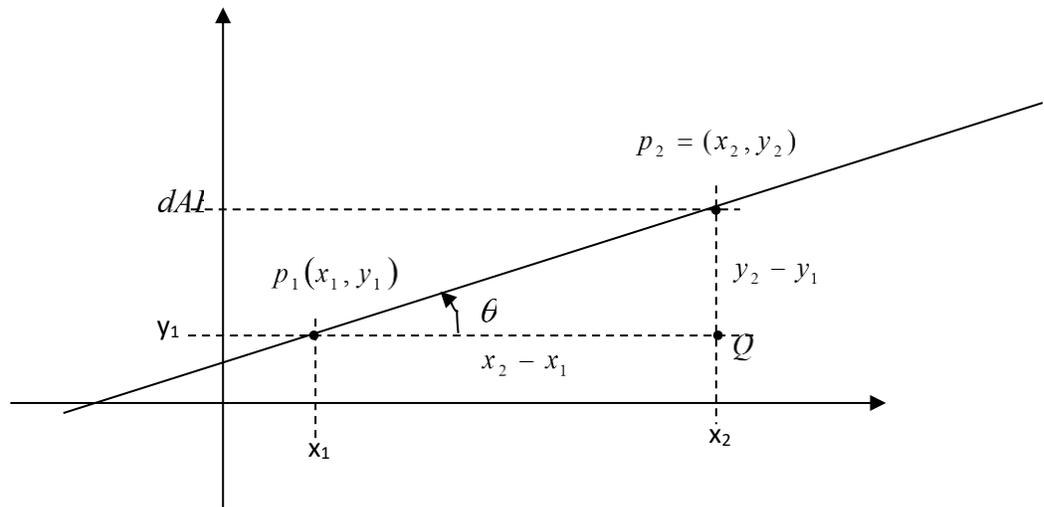
INCLINACION DE UNA RECTA

Es el ángulo que forma con la dirección positiva del eje de las "X", se mide a partir del eje "x" positivo en sentido contrario a las manecillas del reloj, de 0° a 180° .



PENDIENTE DE UNA RECTA.

La pendiente “m” de una recta que pasa por dos puntos dados $p_1(x_1, y_1)$ y $p_2(x_2, y_2)$ es igual al cociente de la diferencia de las ordenadas entre la diferencia las abscisas, tomadas en el mismo orden.



Si se aplica la función trigonometría:

$$\tan \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ Ecuación para calcular la pendiente de una recta}$$

Si de la ecuación anterior se calcula θ (teta):

$$\theta = \arctan \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ Ecuación para calcular el ángulo de inclinación de una recta.}$$

Material tomado de apuntes de Geometría Analítica de Antúnez.

Autor del material	Angélica Garcilazo Galnares
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad III. La recta y su ecuación cartesiana.
Aprendizaje(s) que apoya	<p>Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Obtiene la ecuación de una recta dadas dos condiciones. - Determina el ángulo que se forma cuando dos rectas se cortan, en términos de sus pendientes. - Dada la ecuación de una recta el alumno es capaz de encontrar las ecuaciones de rectas paralelas o perpendiculares a ella. - Resuelve problemas de corte euclidiano usando geometría analítica.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario g) Problemario h) Otro	Video educativo, formulario y problemario.

Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	En este material se encuentran videos en donde se explican conceptos como el ángulo entre dos rectas, la condición de paralelismo y perpendicularidad, y la distancia de un punto a una recta. Además, cuenta con videos de ejemplos resueltos para obtener la ecuación de una recta dadas dos condiciones de la
	misma, ecuaciones de rectas paralelas o perpendiculares a otras rectas y problemas de corte euclidiano. Finalmente, cuenta con un problemario.

LA RECTA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA

Autor: Angélica Garcilazo Galnares

Propósitos:

Que el alumno sea capaz de obtener la ecuación cartesiana de la recta, dados diversos elementos definitorios, resolviendo problemas geométricos en diversos contextos, a fin de que avance en la comprensión del método analítico.

La recta y su ecuación cartesiana

Liga para video

<https://youtu.be/iBXQgx40Lh8>

Ángulo entre dos rectas Liga

para video

<https://youtu.be/DgsuexRqcCs>

Condición de paralelismo y perpendicularidad entre dos

rectas Liga para video <https://youtu.be/8tSgakNKrbM>

Distancia de un punto a una recta

Liga para video

<https://youtu.be/E9sBVTdNtWQ>

Ejemplos que se comparten en videos Ejemplo 1

Calcular los ángulos interiores del triángulo RSQ, verificar que suman 180° y graficar.

R (-4,2) S (0,-6) Q (6,-2). Liga para ver el video

<https://youtu.be/lHolhHgTkKU>

Ejemplo 2

Averiguar aplicando la perpendicularidad entre dos rectas, si el triángulo ABC es rectángulo y graficar. A (-4,2) B (2,5) C (6,-3).

Liga para ver el video:

<https://youtu.be/2Cl2lpNGdqE>

Ejemplo 3

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto C (-3,5) y es perpendicular a la recta $2x - y + 1 = 0$.

Liga para ver el video:

<https://youtu.be/-jAOtm6cs34>

Ejemplo 4

Obtener las coordenadas del circuncentro del triángulo ABC; A (6,4) B (-5,1) C (0,-6).

Recordar, que el circuncentro es el punto donde se intersecan las mediatrices del triángulo y que las mediatrices son perpendiculares a los lados del triángulo y pasan por su punto medio.

Liga para ver el vídeo:

Primera parte

<https://youtu.be/stAuNVEqkGQ>

Segunda parte

<https://youtu.be/SfAjUG3ZIKs>

Ejemplo 5

Calcular la distancia del punto C (5,-1) a la recta $2x-3y-5=0$. Graficar.

Liga para ver el vídeo:

<https://youtu.be/2OaHHIG6yvE>

Ejercicios propuestos de la recta

1. Hallar las ecuaciones de las siguientes rectas de acuerdo con los datos que se proporcionan, escribirla en su forma general y graficar.

a) $m = -\frac{1}{2}$ $b = 3$

b) A (5,3) B (-4,-1)

c) $a = -4$ $b = -3$

d) C (-2,-3) $m = \frac{4}{7}$

2. Averiguar de acuerdo con sus pendientes, si las rectas L1 y L2 son paralelas o perpendiculares, graficar. La recta L1 pasa por los puntos A (3,7) B (-1,-1), y la recta L2 pasa por los puntos C (4,-5) D (6,-6).
3. Demostrar hallando los ángulos interiores y las longitudes de los lados del triángulo ABC que es isósceles. Graficar. A (1,5) B (5,-1) C (9,6).
4. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto P (3,-3) y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $5x-y+3=0$.
5. Hallar la ecuación de la recta que es perpendicular al segmento \overline{AB} y pasa por su punto medio. Graficar. A (-2,4) B (6,8).

6. Obtener las coordenadas del ortocentro del triángulo ABC, A (5, 3) B (-3,5) y C (1,-4). Recordar, que el ortocentro es el punto donde se intersecan las alturas del triángulo, y que la altura es perpendicular a la base y pasa por el vértice opuesto.
7. Calcular la distancia del punto C (-3,5) a la recta $3x-y-1=0$. Graficar.

Autor del material	Angélica Garcilazo Galnares
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad 3. La recta y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<p>Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Describe a la recta como un lugar geométrico, identificando los elementos que la definen. - Determina el ángulo que se forma cuando dos rectas se cortan, en términos de sus pendientes. - Determina cuando dos rectas son paralelas, perpendiculares, o ninguna de las dos, a partir de sus ecuaciones.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario g) Problemario h) Otro	Instrumento de evaluación

Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.

En el material se encuentra un instrumento de evaluación con 11 reactivos relacionados con los aprendizajes contenidos en la unidad 3 del Programa de Matemáticas III.



Fecha _____

Matemáticas III. La recta y su ecuación cartesiana

Puntuación _____

Nombre:

1 En la ecuación $y=mx+b$ la constante m representa:

- (A) Variable dependiente
- (B) Pendiente
- (C) Ordenada al origen
- (D) Abscisa al origen

2 En la ecuación $y=mx+b$ la constante m representa:

- A Variable dependiente
- B Pendiente
- C Ordenada al origen
- D Abscisa al origen

f) Determinar el valor de la pendiente de la recta $3x-5y+10=0$

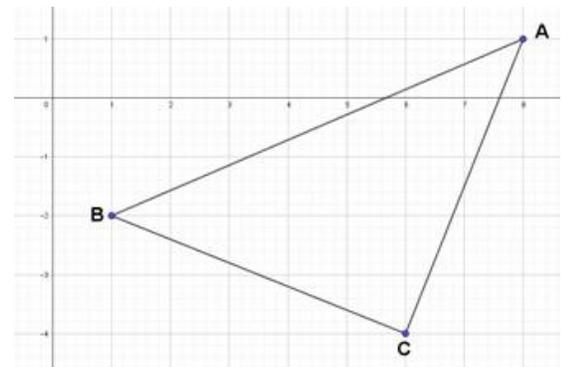
- A $3/5$
- B $3/5$
- C $5/3$
- D $5/3$

g) Determinar si la recta que pasa por los puntos A 3,7 y B 1, 1 es paralela, perpendicular u oblicua a la recta que pasa por los puntos C 4,5 y D 2, 7.

- A Perpendiculares
- B Oblicuas
- C Paralelas

h) ¿Cuánto mide el ángulo A del triángulo ΔABC ? Si A 8,1 B 1, 2 C 6, 4.

- A 50.25° 48.30°
- B 45°
- C 43.15°
- D

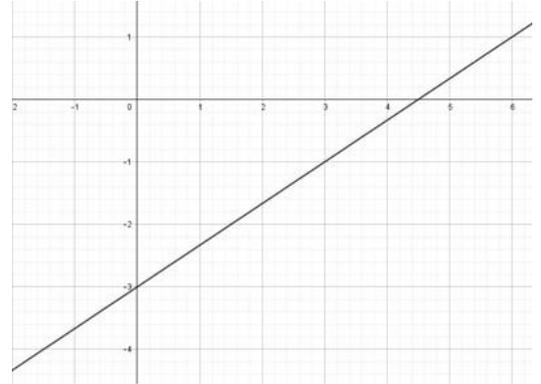


i) Las rectas perpendiculares, tiene pendientes recíprocas y de signo contrario.

- V Verdadero
- F Falso

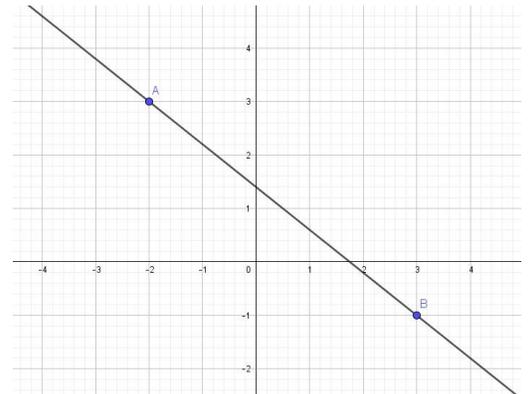
j) En la siguiente recta, la ordenada al origen es igual a 3.

- Verdadero
 Falso



k) En la recta mostrada en la gráfica, la pendiente m es igual a $4/5$

- Verdadero
 Falso



l) La distancia más corta entre una recta y un punto es la distancia perpendicular.

- Verdadero
 Falso

m) Las rectas que tienen la misma pendiente son

La intersección de una recta con el eje x , se conoce como \bullet

Autor del material:	
	Erik Gustavo León González
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad III La recta y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas de corte euclidiano usando geometría analítica.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Examen
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>Con la obtención del circuncentro, baricentro y ortocentro, el profesor concluirá si el alumno entendió los demás temas de la unidad 3, como lo son: pendiente, punto medio, perpendicularidad, paralelismo, etc. Además, en el examen se pide obtener la ecuación de la recta en su forma punto pendiente, ordenada al origen y general; también el ángulo entre las rectas.</p> <p>Las instrucciones vienen dentro del examen. Anexo examen y el formato en el que deseo que coloques tus respuestas.</p>

**Cuarto examen de Matemáticas III.
Geometría Analítica (la recta)**

Instrucciones:

Lleve a cabo los siguientes ejercicios y escriba sus respuestas en el archivo llamado “solución al cuarto examen”.

El archivo de respuestas debe enviarse en PDF. Dicho archivo PDF deberá de ser guardado de la siguiente manera “Apellidos_Nombres_Grupo”. Ejemplo: “Leon_Gonzalez_Erik_Gustavo_332B”. Y debe ser enviado en Classroom.

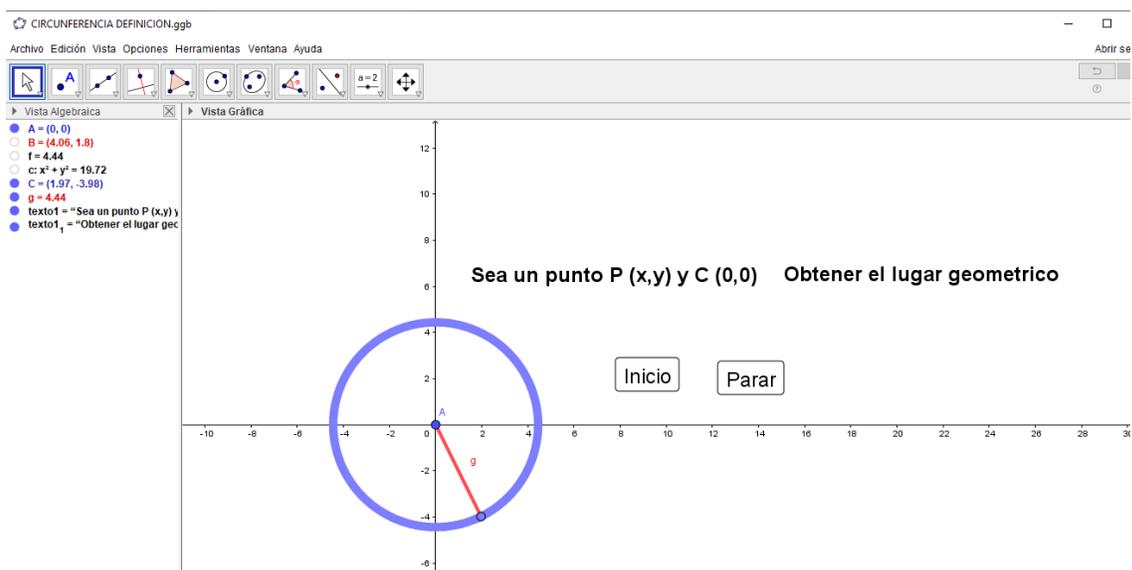
En el archivo de respuestas se debe anexar el procedimiento que utilizó para llegar al resultado (puede ocupar las hojas que quiera).

Reactivos.

- a) Dados los puntos A (1, 3); B (-4, -1); C (2, -1) del triángulo, encontrar:
- a.1) Circuncentro.
 - a.2) Baricentro.
 - a.3) Ortocentro.
- b) Obtener las ecuaciones de la recta (punto pendiente, ordenada al origen y general) y los ángulos (agudo y obtuso) de los siguientes pares de puntos.
- 1. A (1, 1); B (-2, -3)
 - 2. C (-2, 2); D (1, -1)

Autor del material:	H. Laura Paz Santiago
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad IV La Circunferencia, la Elipse y sus ecuaciones cartesianas
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Deduce la ecuación ordinaria de la circunferencia e identifica sus elementos (radio y coordenadas)
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Archivo de Geometría dinámica elaborado en GeoGebra
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	El archivo compartido está destinado para que el profesor se apoye para dar la definición del lugar geométrico llamado circunferencia, establecerá sus elementos y su ecuación ordinaria.

Se muestra la imagen del archivo realizado en GeoGebra
El archivo se realizó en GeoGebra para que permita al profesor definir este lugar geométrico y realizar la demostración de la ecuación para que los alumnos tengan más claro esta demostración.



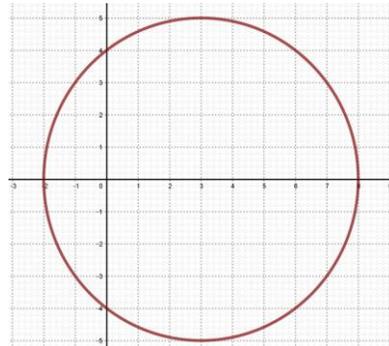
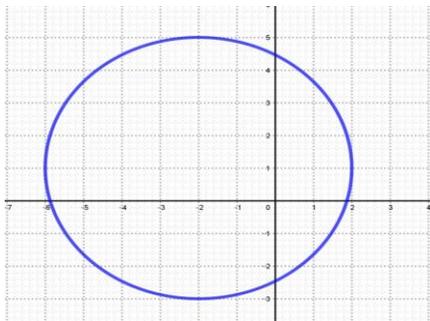
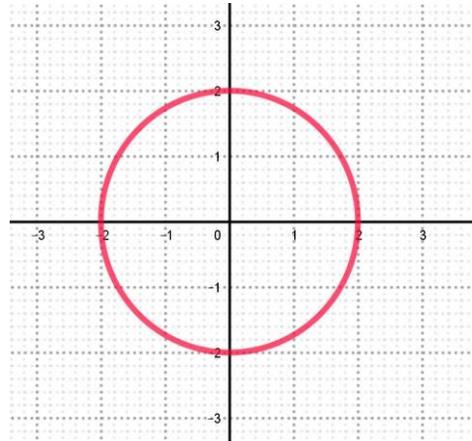
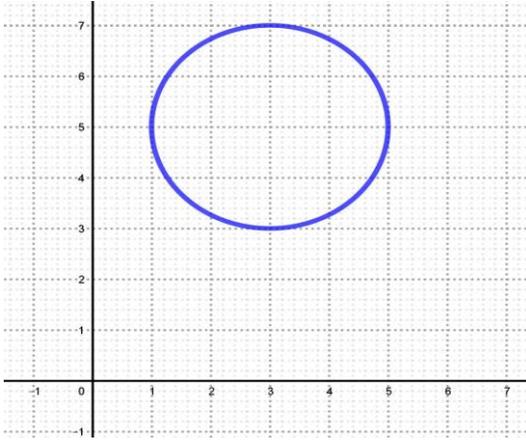
Se comparte la liga del archivo

<https://drive.google.com/open?id=11SpctkxQ6i8PeHHpqnBmlQKmF4iTcoyM&authuser=0>

Autor del material:	
	H. Laura Paz Santiago
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad IV La Circunferencia, la Elipse y sus ecuaciones cartesianas
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Obtiene la ecuación general de la circunferencia. • Obtiene la ecuación ordinaria a partir de la ecuación general y determina el centro y el radio de una circunferencia.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Archivo en PDF.
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Este material es una guía donde se abordan ejercicios. Los alumnos a partir de la gráfica de la circunferencia deberán obtener la ecuación general, se dan elementos como las coordenadas del diámetro y el alumno deberá obtener la ecuación ordinaria, también se le pide al alumno calcular la ecuación tangente a la circunferencia, obtener centro y radio a partir de la ecuación general entre otros ejercicios.

Tarea: La circunferencia y su ecuación cartesiana

1. A partir de las siguientes gráficas, obtén la ecuación general de la circunferencia.



2. Obtén la ecuación ordinaria de la circunferencia si el diámetro está formado por los puntos A (-4,3) E (2,1)
3. Obtén la ecuación general de la circunferencia que pasa por los puntos A (2,3), B (-2,-1) y H (-6,3)
4. Obtén la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 - 6y - 20 = 0$ en el punto P (-5,1)

5. Obtener la ecuación general de la circunferencia con centro C (3,5) y que es tangente a la recta tangente $3x + y - 1 = 0$
6. Obtener la ecuación general de la circunferencia cuyo centro es el punto de intersección de las rectas $x + 3y = 0$ y $2x - y - 7 = 0$ el radio es de 4 unidades.
7. Para cada una de las siguientes ecuaciones ordinarias, obtén el centro y radio
- a) $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$
 - b) $10x^2 + 10y^2 - 60x - 100y + 171 = 0$
 - c) $x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$
 - d) $9x^2 + 9y^2 + 36x - 6y - 26 = 0$

Autor del material:	Miranda González Adrián
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad IV La Circunferencia, la Elipse y sus ecuaciones cartesianas
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas de corte geométrico.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c)Estrategia didáctica d)Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Estrategia didáctica
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>La siguiente estrategia didáctica muestra dos diversos problemas respecto a la circunferencia, deberás leer el archivo denominado "Circunferencia", después de ello podrás resolver los problemas planteados en tu cuaderno, no olvides colocar cada paso del procedimiento para un mejor aprendizaje, al finalizar toma foto a los ejercicios y colócalos en un archivo PDF para su envío.</p> <p>Mucho éxito!!</p>

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
PLANTEL NAUCALPAN

MATEMÁTICAS 3

CIRCUNFERENCIA



1.- ENCONTRAR LA ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA QUE PASA POR LOS SIGUIENTES PUNTOS:

a) A(-3, 1), B(2, 6) y C(5, -3)

Recordemos la ecuación de la circunferencia:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Donde los puntos (x, y) son aquellos que forman a la circunferencia y la coordenada (h, k) representa su centro.

Ya que nos dan tres puntos (x, y) , sustituimos los valores en la ecuación de la circunferencia:

Para el punto A(-3, 1):

$$(-3 - h)^2 + (1 - k)^2 = r^2 \dots \dots \text{Ecuación 1}$$

Para el punto B(2, 6):

$$(2 - h)^2 + (6 - k)^2 = r^2 \dots \dots \text{Ecuación 2}$$

Para el punto C(5, -3):

$$(5 - h)^2 + (-3 - k)^2 = r^2 \dots \dots \text{Ecuación 3}$$

Desarrollando los trinomios de las ecuaciones 1, 2 y 3.

De ecuación 1:

$$9 + 6h + h^2 + 1 - 2k + k^2 = r^2 \dots \dots \text{Ecuación 4}$$

De ecuación 2:

$$4 - 4h + h^2 + 36 - 12k + k^2 = r^2 \dots \dots \text{Ecuación 5}$$

De ecuación 3:

$$25 - 10h + h^2 + 9 + 6k + k^2 = r^2 \dots \dots \text{Ecuación 6}$$

Las ecuaciones 4, 5 y 6 con incógnitas "h, k y r" forman un sistema de 3x3.

Igualando los primeros miembros de las ecuaciones 4 y 5:

$$9 + 6h + h^2 + 1 - 2k + k^2 = 4 - 4h + h^2 + 36 - 12k + k^2$$

Colocando variables en el primer miembro y términos independientes en el segundo:

$$10h + 10k = 30 \dots\dots \text{Ecuación 7}$$

Igualando los primeros miembros de las ecuaciones 5 y 6:

$$4 - 4h + h^2 + 36 - 12k + k^2 = 25 - 10h + h^2 + 9 + 6k + k^2$$

Colocando variables en el primer miembro y términos independientes en el segundo:

$$6h - 18k = -6 \dots\dots \text{Ecuación 8}$$

Resolver el sistema de 2x2 formado por las ecuaciones 7 y 8:

$$10h + 10k = 30 \dots\dots \text{Ecuación 7} \quad \Rightarrow \quad \text{Dividiendo 7 por "5"} \quad \Rightarrow \quad 2h + 2k = 6 \dots\dots \text{Ecuación 9}$$

$$6h - 18k = -6 \dots\dots \text{Ecuación 8} \quad \Rightarrow \quad \text{Dividiendo 8 por "-3"} \quad \Rightarrow \quad -2h + 6k = 2 \dots\dots \text{Ecuación 10}$$

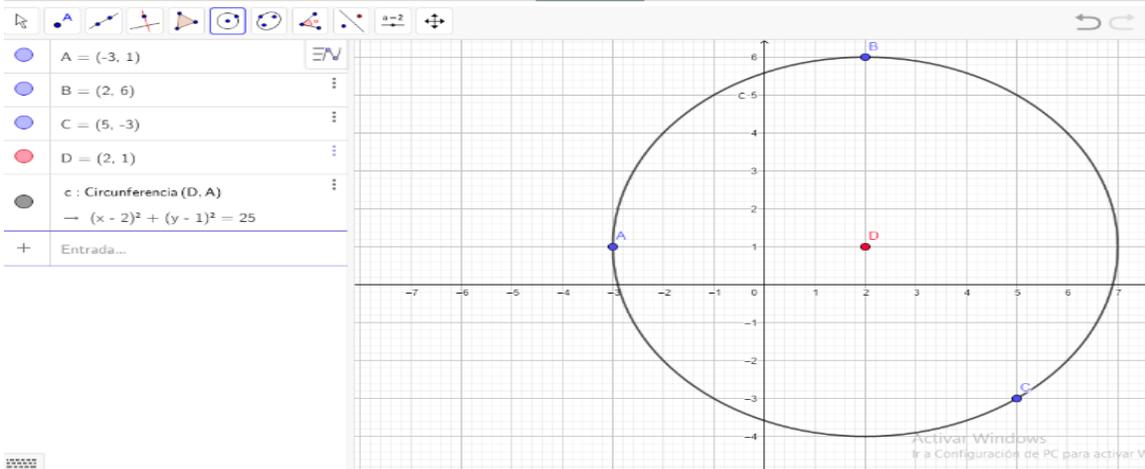
$$\text{Sumando ecuaciones 9 y 10} \quad \Rightarrow \quad 8k = 8 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{k = 1}$$

Sustituyendo k=1 en ecuación 7 y despejando h:

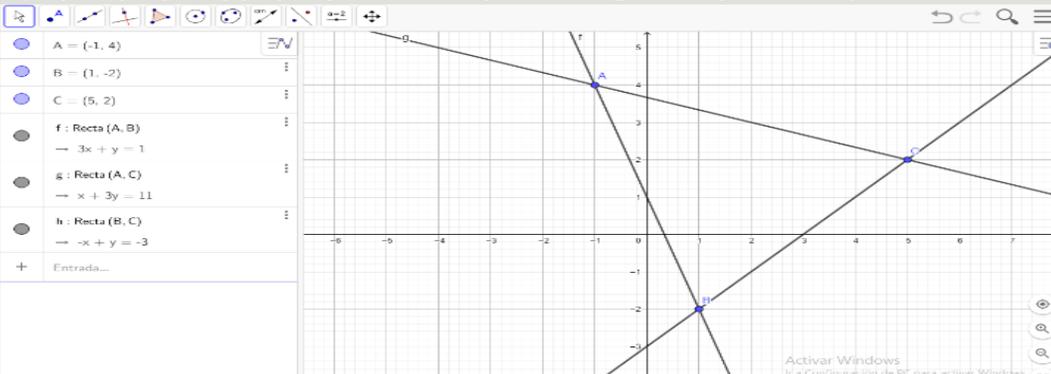
$$10h + 10k = 30 \dots\dots \text{Ecuación 7} \quad \Rightarrow \quad 10h + 10(1) = 30 \quad \Rightarrow \quad 10h = 30 - 10 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{h = 2}$$

Las coordenadas del centro de la circunferencia son **(2, 1)**, sustituir en ecuación 1 y calcular el radio:

$$[-3 - (2)]^2 + [1 - (1)]^2 = r^2 \quad \Rightarrow \quad (-5)^2 + (0)^2 = r^2$$



b) A(-1, 4), B(1, -2) y C(5, 2); Para este ejercicio se grafican y unen los puntos



¿Qué recta y punto notable de un triángulo podemos utilizar?

Las mediatrices son las rectas perpendiculares trazadas en los puntos medios de los lados del triángulo. Las tres mediatrices concurren a un punto que es el centro de la circunferencia circunscrita (circuncentro):

1.- Encontrar las ecuaciones de las mediatrices:

a) Ecuación recta mediatriz del segmento AB:

Ecuación recta "f":

A(-1, 4), B(1, -2)

$$y - y_1 = \left(\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \right) (x - x_1)$$

Sustituyendo los valores de los Puntos A y B:

$$y_f - (4) = \left[\frac{4 - (-2)}{-1 - (1)} \right] [x - (-1)] \dots \text{Ecuación 1}$$

Desarrollando la ecuación 1:

$$y_f - (4) = \left[\frac{4 + 2}{-1 - 1} \right] (x + 1) \Rightarrow y_f - (4) = -3(x + 1) \Rightarrow y_f = -3x - 3 + 4 \Rightarrow y_f = -3x + 1 \dots \text{Ecuación 2}$$

Para conocer la ecuación de la mediatriz del segmento AB, debemos conocer el punto medio:

A(-1, 4), B(1, -2)

$$x = \frac{-1 + 1}{2} = \frac{0}{2} = 0 \qquad y = \frac{4 + (-2)}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

El punto medio del segmento AB es (0, 1)

Al ser la mediatriz perpendicular a la recta f; su pendiente será:

$$m_f m_{mAB} = -1 \Rightarrow m_{mAB} = \frac{-1}{m_f} \Rightarrow m_{mAB} = \frac{-1}{-3} \Rightarrow m_{mAB} = \frac{1}{3}$$

Hallar la ecuación de la recta que tiene como valor de pendiente $\frac{1}{3}$ y pasa por el punto (0,1)

$$y_{mAB} = \frac{1}{3}x + 1 \dots \text{Ecuación 3}$$

b) Ecuación recta mediatriz del segmento AC

$$\text{Ecuación recta } g \Rightarrow y_g = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3} \dots \text{Ecuación 4}$$

El punto medio del segmento AC es (2, 3)

$$m_{mAC} = \frac{1}{3}$$

$$y_{mAC} = 3x - 3 \dots \text{Ecuación 5}$$

El el punto de intersección de las mediatrices se cumple lo siguiente:

$$y_{mAB} = y_{mAC}$$

Igualando los segundos miembros de las ecuaciones 3 y 5 se obtiene:

$$\frac{1}{3}x + 1 = 3x - 3 \dots \text{Ecuación 6}$$

Resolviendo ecuación 6:

$$(3) \left(\frac{1}{3}x + 1 = 3x - 3 \right) \Rightarrow x + 3 = 9x - 9 \Rightarrow 9x - x = 3 + 9 \Rightarrow 8x = 12 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Sustituyendo $x = \frac{3}{2}$ en ecuación 5 y despejando y_{mAC} :

$$y_{mAC} = 3 \left(\frac{3}{2} \right) - 3 \Rightarrow y_{mAC} = \frac{9}{2} - 3 \Rightarrow y_{mAC} = \frac{9}{2} - \frac{6}{2} \Rightarrow y_{mAC} = \frac{3}{2}$$

Las coordenadas del centro de la circunferencia son $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right)$

Aplicando distancia entre dos puntos entre el centro de la circunferencia y el punto "A" se conoce el radio:

$$A(-1, 4)$$

Centro de la circunferencia son $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$

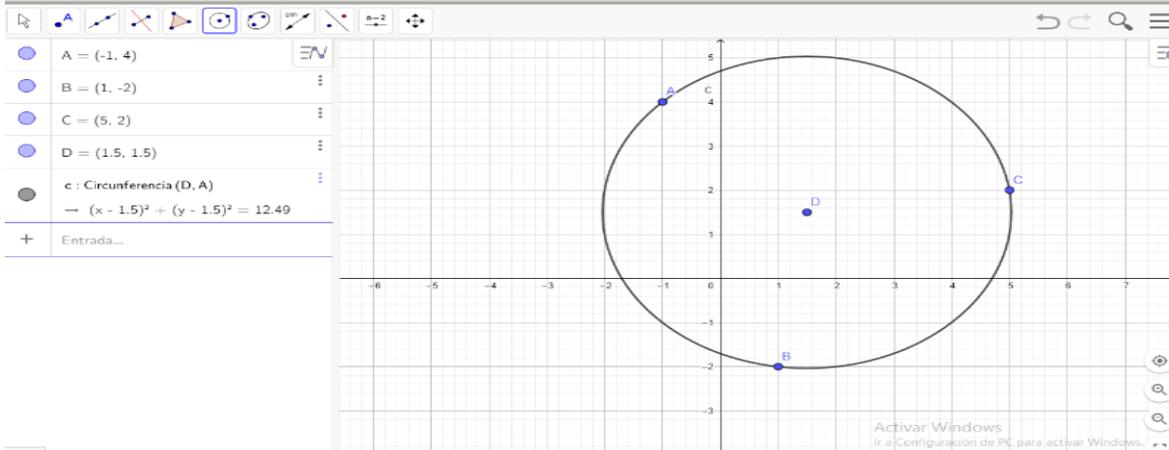
$$d_{AD} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

$$d_{AD} = \sqrt{(4 - \frac{3}{2})^2 + (-1 - \frac{3}{2})^2}$$

$$d_{AD} = \sqrt{(\frac{8}{2} - \frac{3}{2})^2 + (-\frac{2}{2} - \frac{3}{2})^2}$$

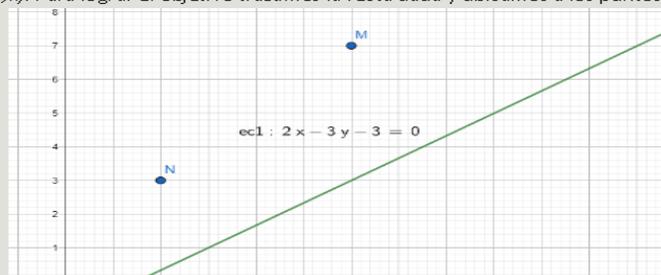
$$d_{AD} = \sqrt{(\frac{5}{2})^2 + (-\frac{5}{2})^2} = \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{50}}{2}$$

El radio de la circunferencia es $\frac{\sqrt{50}}{2}$



CIRCUNFERENCIA QUE PASA POR LOS PUNTOS N(2,3) Y M(6,7) Y SU CENTRO ESTÁ SOBRE LA RECTA $2x - 3y - 3 = 0$

Tenemos que encontrar un punto sobre la recta $2x - 3y - 3 = 0$ que se encuentre a la misma distancia tanto de N como de M y será el centro $C(h, k)$. Para lograr el objetivo trazamos la recta dada y ubicamos a los puntos antes mencionados:



Ahora se trata de encontrar el centro y el radio como sigue:

El centro $C(h, k)$ debe satisfacer la ecuación $2x - 3y - 3 = 0$, es decir:

$$2h - 3k - 3 = 0$$

$$2h - 3k = 3 \dots ec.1$$

Tenemos los puntos N(2, 3), M(6, 7) y el centro de la circunferencia C(h, k), con estos podemos calcular la distancia entre dos puntos dados como sigue:

$$\text{Distancia de C a N} = \sqrt{(2 - h)^2 + (3 - k)^2}$$

$$\text{Distancia de C a M} = \sqrt{(6 - h)^2 + (7 - k)^2}$$

Estas últimas deben ser iguales:

$$\sqrt{(2 - h)^2 + (3 - k)^2} = \sqrt{(6 - h)^2 + (7 - k)^2}$$

Elevando ambos miembros al cuadrado tenemos lo siguiente:

$$(2 - h)^2 + (3 - k)^2 = (6 - h)^2 + (7 - k)^2$$

Realizando los binomios al cuadrado:

$$4 - 4h + h^2 + 9 - 6k + k^2 = 36 - 12h + h^2 + 49 - 14k + k^2$$

Obsérvese que se eliminan los términos h^2 y k^2 y reordenando la ecuación tenemos:

$$13 - 4h - 6k = 85 - 12h - 14k$$

$$-4h + 12h - 6k + 14k = 85 - 13$$

$$8h + 8k = 72 \dots ec. 2$$

Resolver el sistema de 2x2 formado por las ecuaciones 1 y 2:

$$2h - 3k = 3 \dots \dots \text{Ecuación 7} \quad \Rightarrow \quad \text{Multiplicando 1 por "8"} \quad \Rightarrow \quad 16h - 24k = 24 \dots \dots \text{Ecuación 3}$$

$$8h + 8k = 72 \dots \dots \text{Ecuación 8} \quad \Rightarrow \quad \text{Multiplicando 2 por "3"} \quad \Rightarrow \quad 24h + 24k = 216 \dots \dots \text{Ecuación 4}$$

$$\text{Sumando ecuaciones 3 y 4} \quad \Rightarrow \quad 40h = 240 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{h = 6}$$

Sustituyendo $h=6$ en ecuación 1 y despejando k :

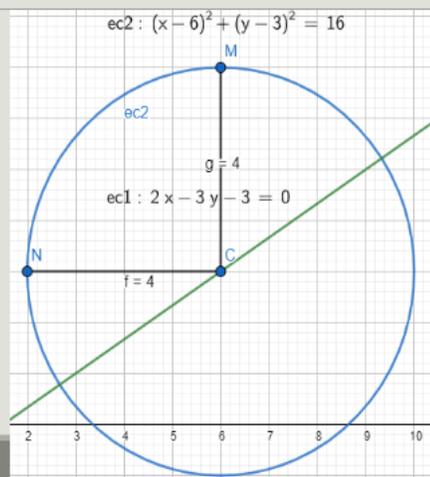
$$2h - 3k = 3 \dots \dots \text{Ecuación 1} \quad \Rightarrow \quad 2(6) - 3k = 3 \quad \Rightarrow \quad 12 - 3k = 3 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{k = 3}$$

Las coordenadas del centro de la circunferencia son **(6, 3)** y el radio es:

$$\text{radio} = \text{Distancia de C a N} = \sqrt{(2-h)^2 + (3-k)^2} = \sqrt{(2-6)^2 + (3-3)^2}$$

$$\mathbf{r = 4}$$

La ecuación de la circunferencia en su forma ordinaria es: $(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 16$



EJERCICIOS:

- a) Utiliza los dos procedimientos vistos para Hallar la ecuación en su forma ordinaria y general de la circunferencia que pasa por los puntos: A (-3, 7); B (3, -1) y C (4, 6), grafica.
- b) Utiliza los dos procedimientos vistos para hallar la ecuación en su forma ordinaria y general de la circunferencia que pasa por los puntos: A (2, -2); B (-1, 4) y C (4, 6), grafica.
- c) Utiliza los dos procedimientos vistos para hallar la ecuación en su forma ordinaria y general de la circunferencia que pasa por los puntos: A (-2, 4); B (4, 2) y C (6, 8), grafica.
- d) Encontrar la ecuación ordinaria de la circunferencia que pasa por los puntos N (-2, 3) y M (1,-4) y su centro está sobre la recta $2x - y - 2 = 0$
- e) Encontrar la ecuación ordinaria de la circunferencia que pasa por los puntos N (-4, -2) y M (3, 1) y su centro está sobre la recta $2x + 5y - 11 = 0$
- f) Encontrar la ecuación ordinaria de la circunferencia que pasa por los puntos N (2, 1) y M (8, 3) y su centro está sobre la recta $-x + 2y - 6 = 0$

Autor del material:	Ismael Nolasco Martínez
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad IV La Circunferencia, la Elipse y sus ecuaciones cartesianas
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Deduce la ecuación ordinaria de la circunferencia e identifica sus elementos (radio y coordenadas) • Obtendrá la ecuación general de la circunferencia. Obtendrá la ecuación ordinaria a partir de la ecuación general y determinará el centro y el radio de una circunferencia.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Serie de ejercicios
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	En el siguiente archivo de Word se te presentan los ejercicios correspondientes a la circunferencia con centro fuera del origen, deberás realizarlos en tu cuaderno y cuando los termines por completo deberás marcar la tarea como completada, Deberás enviar en un solo archivo Pdf las soluciones de estos. Además, te comparto dos videos con ejemplos resueltos.

ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA CON CENTRO FUERA DEL ORIGEN.

Cuando una circunferencia tiene su centro fuera del origen de coordenadas, es decir en un punto (h, k) , la ecuación de esta puede tener las siguientes representaciones:

Ecuación Ordinaria

Ecuación General

Realiza las siguientes actividades.

- a) Determinar la ecuación ordinaria y general de la circunferencia cuyo centro se encuentra en el punto C $(3,5)$ y su radio es igual a 4.
- b) Determinar la ecuación ordinaria y general de la circunferencia cuyo centro se encuentra en el punto C $(-2,6)$ y su radio es igual a 3.
- c) Determinar la ecuación ordinaria y general de la circunferencia cuyo centro se encuentra en el punto C $(5,-3)$ y su radio es igual a 6.
- d) Determinar la ecuación ordinaria y general de la circunferencia cuyo centro se encuentra en el punto C $(-6,-4)$ y su radio es igual a 2.
- e) Determinar la ecuación ordinaria y general de la circunferencia cuyo centro se encuentra en el punto C $(2,8)$ y su radio es igual a 1.
- f) Determinar la ecuación ordinaria y general de la circunferencia cuyo diámetro es el segmento que une a los puntos A $(2,5)$ y B $(-4,-7)$
- g) Determinar la ecuación ordinaria y general de la circunferencia cuyo diámetro es el segmento que une a los puntos A $(-2,4)$ y B $(8, 5)$

h) Determinar la ecuación ordinaria y general de la circunferencia cuyo centro es el punto C (-2,1) y pasa por el punto P (3,6)

i) Determinar la ecuación ordinaria y general de la circunferencia cuyo centro es el punto C (6,-2) y pasa por el punto P (-1,4)

j) Determinar la ecuación ordinaria y general de la circunferencia cuyo centro es el punto C (-4,-5) y pasa por el punto P (2,-3)

k) Dada la ecuación general de la circunferencia $x^2 + y^2 - 10x - 6y - 30 = 0$ obtener centro, radio y gráfica

l) Dada la ecuación general de la circunferencia $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ obtener centro, radio y gráfica

m) Dada la ecuación general de la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 12y + 31 = 0$ obtener centro, radio y gráfica

n) Dada la ecuación general de la circunferencia $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ obtener centro, radio y gráfica

o) Dada la ecuación general de la circunferencia $4x^2 + 4y^2 - 4x + 12y - 9 = 0$ obtener centro, radio y gráfica

Ligas de los videos

<https://www.youtube.com/watch?v=4EODJ4eOBrQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=B7W0PvKba2w>

Autor del material:	Erik Gustavo León González
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad IV La Circunferencia, la Elipse y sus ecuaciones cartesianas
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Obtendrá la ecuación general de la circunferencia dadas las coordenadas de su centro y el radio o mediante el gráfico
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Serie de ejercicios
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>En el siguiente archivo Word se te presentan algunos problemas donde tendrás que obtener la ecuación general de la circunferencia dadas las coordenadas de su centro y su radio, o bien, mediante su gráfico.</p> <p>Este trabajo deberá realizarse en tu cuaderno y posteriormente debes tomar fotografías, para entregar un documento PDF (la elaboración del PDF puede ser con aplicación o bien pegando las fotografías en un documento Word y guardarlo como PDF) con el nombre “solucion_act”.</p>

Ejercicios. Obtención de la ecuación general de la circunferencia.

Para empezar con los ejercicios es necesario que se tengan en consideración los siguientes conceptos:

Ecuación cartesiana cuando se tiene centro en el origen:

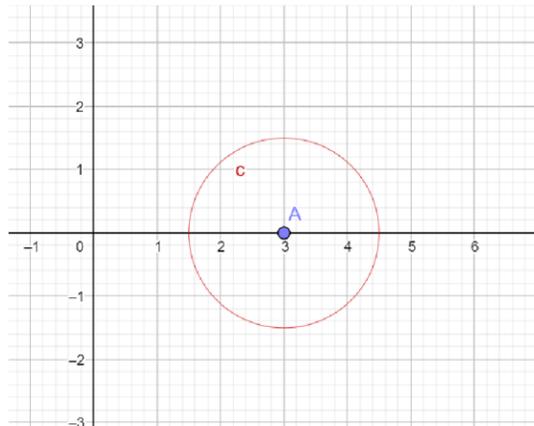
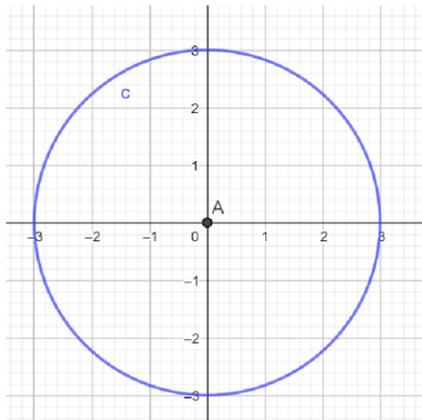
Ecuación cartesiana cuando el centro no se encuentra en origen.

Ecuación general cuando el centro no se encuentra en origen.

Ejercicios.

Obtener la ecuación general de la circunferencia con centro en el origen y un radio de 5 unidades (elabora su gráfica).

1. Obtener la ecuación general de la circunferencia con centro en el origen y un radio de 5 unidades (elabora su gráfica).
2. Obtener la ecuación general de la circunferencia con centro en C (2, 1) y un radio de 4 unidades (elabora su gráfica).
3. Obtener la ecuación general de la circunferencia con centro en C (0, 4) y un radio de 9 unidades (elabora su gráfica).
4. Dados los siguientes gráficos, obtener la ecuación general de la circunferencia.



Autor del material:	
	Pedro Cazarez Mena
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad IV La Circunferencia, la Elipse y sus ecuaciones cartesianas
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica el papel de los parámetros a, b, c en la gráfica de la elipse y los emplea en su construcción. • Determina los elementos de la elipse • Transforma la ecuación general a su forma ordinaria.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Instrumento de evaluación
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Examen auto calificable elaborado en Forms de Microsoft. Para los profesores se comparte la solución. INSTRUCCIONES: Resuelve los ejercicios en tu cuaderno de forma completa, ordenada, limpia; elabora el archivo pdf que contenga las imágenes de los procedimientos. A CONTINUACIÓN SE MUESTRA EN EXAMEN EN FORMATO DE WORDS.

INSTRUCCIONES:

Resuelve los ejercicios en tu cuaderno de forma completa, ordenada, limpia; elabora el archivo pdf que contenga las imágenes de los procedimientos.

A CONTINUACIÓN MUESTRA EL FORMS EN FORMATO DE WORDS.

ELIPSE Y CIRCUNFERENCIA QUINTA EVALUACIÓN MATEMATICAS III (8 puntos)

1

Determina la ecuación de la circunferencia en su forma general, si su:

centro $(-3,2)$ *y radio* $r=\sqrt{17}$ (1punto)

- $x^2+y^2+6x-4y-4=0$
- $x^2+y^2+6x-4y+4=0$
- $x^2+y^2-6x+4y-4=0$
- $x^2+y^2-6x+4y+4=0$

2

Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el origen y tiene su centro en el punto común de las rectas $x-2y-1=0$ y $x+3y-6=0$ (1 Punto)

- $x^2+y^2-6x-2y-13=0$
- $x^2+y^2-6x-2y=0$
- $x^2+y^2+6x+2y=0$
- $x^2+y^2+6x+2y+13=0$

3

Determine la ecuación general de la circunferencia, si uno de sus diámetros es el segmento de extremos A (-1,-3) y B (7,-1)

(1 Punto)

- $x^2+y^2+6x+4y-4=0$
- $x^2+y^2+6x-4y-4=0$
- $x^2+y^2+y^2+6x-4y-4=0$
- $x^2+y^2-6x+4y-4=0$
- $x^2+y^2-6x+4y+4=0$

4

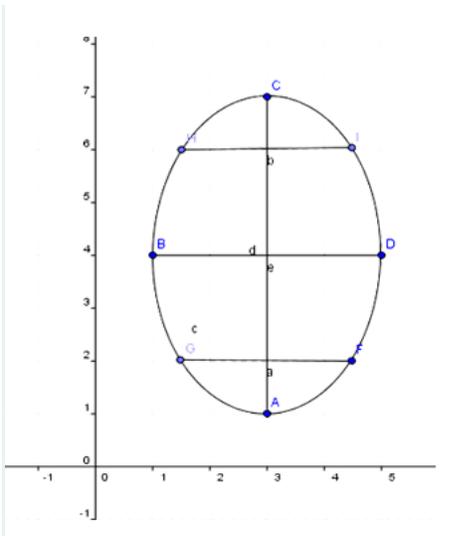
Determina las coordenadas del centro, valor del radio $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 16 = 0$

(1 Punto)

- C (4,-5) r=5
- C (-4,-5) r=5
- C (4,-5) r=4
- C (-4,-5) r=4

5

De la gráfica de la elipse determina su ecuación. (1 Punto)



- $9x^2+5y^2-54x-40y+116=0$
- $9x^2+5y^2-54x-40y+116=0$
- $5x^2+9y^2+54x+40y+116=0$
- $5x^2+9y^2-54x-40y-116=0$

6

Determine la ecuación de la elipse con centro en (6,1,) y un foco (9,1) y vértice el punto (11,1).

(1 Punto)

- $16x^2+25y^2-192x-50y+201=0$
- $25x^2+16y^2+50x+192y+57=0$
- $25x^2+16y^2+50x+192y+201=0$
- $16x^2+25y^2-192x-50y+57=0$

7

Cuál es la ecuación ordinaria de la elipse cuya ecuación es:

$$256x^2+656y-1535x+1312y-7536=0 \text{ (1 Punto) } x^2$$

$(x-3)^2/41+(y+1)^2/16=1$

$(x+3)^2/41+(y+1)^2/16=1$

$(x-3)^2/16+(y+1)^2/41=1$

$(x+3)^2/16+(y-1)^2/41=1$

8

La siguiente ecuación $3x^2+2y^2+6x-8y+11=0$, corresponde a una elipse:

(1 Punto)

Real

Imaginaria

Es un punto

No se puede saber

9

En este reactivo se adjuntará el archivo con los procedimientos que justifiquen las respuestas sus respuestas

Cargar archivo

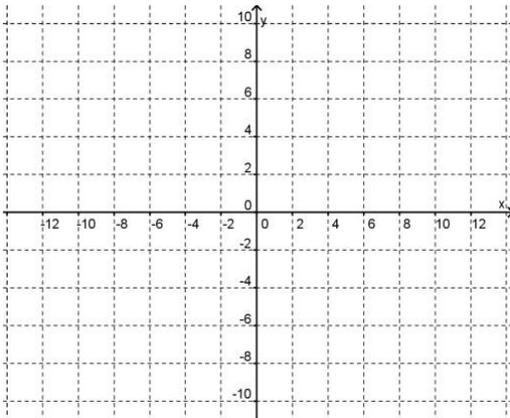
Límite de número de archivos:10Límite de tamaño del archivo individual: 1GBTipos de archivo permitidos:
Word, Excel, PPT, PDF, Imagen, Vídeo, Audio

Fomrs elaborado por Pedro Cázarez Mena

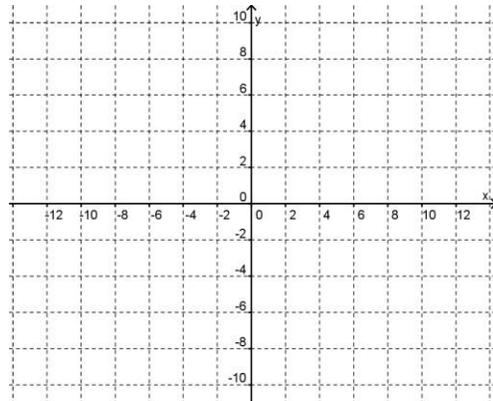
Autor del material:	
	Blanca Elizabeth Cruz Estrada
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad IV La Circunferencia, la Elipse y sus ecuaciones cartesianas
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Deduce la ecuación ordinaria de la circunferencia e identifica sus elementos (radio y coordenadas del centro). • Obtiene la ecuación ordinaria a partir de la circunferencia general y determina el centro y el radio de la circunferencia
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Serie de ejercicios
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Instrucciones: Desarrollar cada uno de los ejercicios en tu cuaderno con el procedimiento necesario, no omitas procedimientos para su resolución, realiza los ejercicios en forma ordenada y con limpieza. La imagen enviada en formato PDF que sea clara y este bien enfocada

Determine el centro y el radio de cada circunferencia y bosqueje la gráfica.

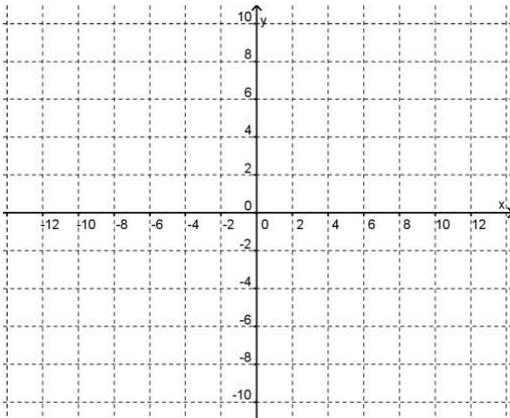
1. $x^2+y^2=16$



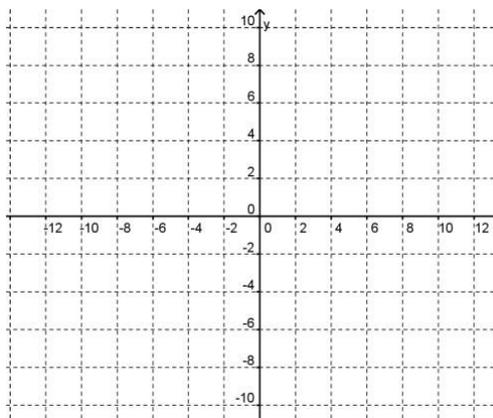
2. $x^2+y^2=1$



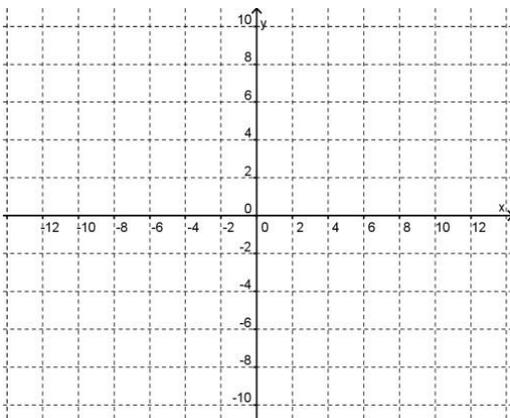
3. $(x+6)^2+y^2=36$



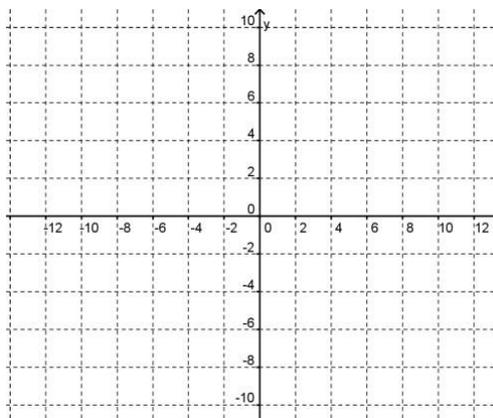
4. $x^2+(y-2)^2=16$



5. $y^2=25-(x+1)^2$



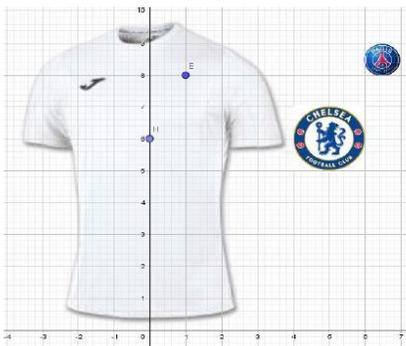
6. $x^2=9-(y-3)^2$



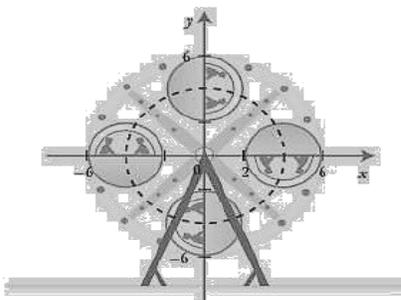
Circunferencia.

Resuelve los siguientes ejercicios y problemas.

1. Una tienda de serigrafía quiere colocar dos sellos en una playera como se muestra en la imagen, en el punto E iría el logo del París Saint-Germain y en el punto H el logo del Chelsea. Determina las ecuaciones de la circunferencia de cada sello según corresponda la posición dada



2. En parque de diversiones, uno de los juegos consiste en cabinas circulares que giran dentro de una gran rueda. Escribe la ecuación de la rueda mayor y de la cabina a la derecha en la figura.



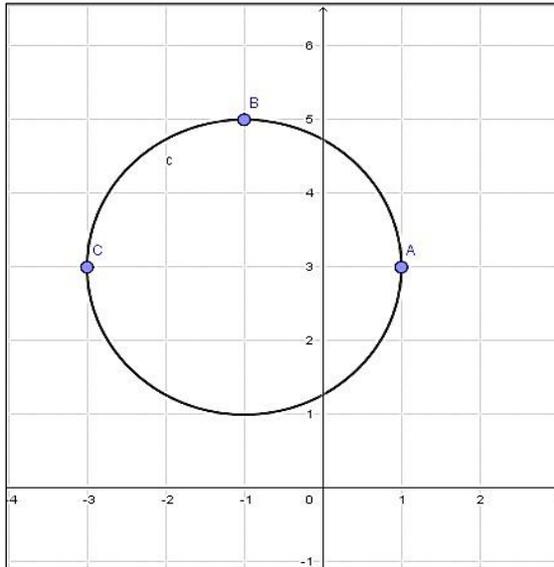
3. Hallar el centro y el radio de las siguientes circunferencias que representan los goles de un balón. No omitir pasos en la resolución de los ejercicios, incluir una captura de cómo te queda la representación en el software dinámico (GeoGebra)

A. $x^2+y^2-14x-6y+57=0$ B.

$x^2+y^2+10x-4y+28=0$

C. $x^2+y^2+14x+6y+57=0$

4. Obtener la ecuación general de la circunferencia que pasa por los puntos A, B y C los cuales se encuentran en la gráfica



Autor del material:	Rosales Suárez Josemaría
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad IV La Circunferencia, la Elipse y sus ecuaciones cartesianas
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Determina los elementos de la elipse transformando la ecuación general a su forma ordinaria
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Propuesta de actividad en clase
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	El profesor guiará la transformación de la ecuación general de la elipse a su forma ordinaria posteriormente propondrá un ejercicio a los alumnos. Se anexa propuesta.

Matemáticas III

Unidad 5. Elipse, circunferencia y sus ecuaciones cartesianas.

Ecuación ordinaria de elipse dada la ecuación general.

- Se plantea el problema. Obtener la ecuación ordinaria de la elipse cuya ecuación general es: Esta ecuación la elegirá en la clase
- El profesor orienta si necesario para realizar las siguientes operaciones: Agrupar y sumar 11 unidades en ambos miembros de la ecuación

Simplificar:

$$11 \quad \square$$

Factorizar:

$$11$$

- La ecuación ordinaria tiene dos binomios al cuadrado.
 - o ¿Qué podemos hacer para obtenerlos?
- Si es necesario se guía a los alumnos para concluir que se puede completar Trinomio Cuadrado Perfecto (T. P. C.) y en las operaciones subsecuentes. Simplificar

Expresar los T. C P como binomios al cuadrado y simplificar.

- Del lado izquierdo de la ecuación debemos tener un uno o ¿Qué podemos operación es conveniente realizar para obtenerlo?
- El profesor interviene en caso necesario.
 - Dividir ambos miembros de la ecuación entre 36:
 - o ¿Qué operación podemos hacer para que los coeficientes los factores 9 y 4 sean un uno?
 - o ¿Podríamos usar fracciones equivalente?
 - Simplificar las fracciones.

- Finalmente la ecuación ordinaria es:

Problema para los alumnos.

- Obtener la ecuación ordinaria de la elipse cuya ecuación general es: Sera elegida por el profesor
 - Agrupar y restar ____ unidades en ambos miembros de la ecuación. o
Simplificar. o Factorizar.
 - Completar Trinomio Cuadrado Perfecto (T. P. C.). o Simplificar. o Expresar los
T. C P como binomios al cuadrado y simplificar.
 - Dividir ambos miembros de la ecuación entre ____.
 - Simplificar las fracciones. o Finalmente la ecuación ordinaria es.

Autor del material:	Brenda del Carmen Muñoz Ramírez
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad IV La Circunferencia, la Elipse y sus ecuaciones cartesianas
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Obtiene la ecuación cartesiana de una elipse, con ejes paralelos a los ejes cartesianos. • Identifica el papel de los parámetros a, b, c en la gráfica de la elipse y los emplea en su construcción. • Determina los elementos de la elipse transformando la ecuación general a su forma ordinaria.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Probleuario (X) h) Otro	Instrumento de evaluación
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>Desarrollo de 3 ejercicios de la elipse con centro en el origen y 2 ejercicios de la elipse con centro fuera del origen, con los cuales se evalúa la obtención de ecuaciones a partir de elementos dados y viceversa. Después de realizados los ejercicios se debe llenar una tabla con los resultados solicitados y adjuntar las fotos de los bosquejos de las gráficas.</p> <p>Para los profesores se comparte la solución.</p> <p>INSTRUCCIONES: Resuelve los ejercicios en tu cuaderno de forma completa, ordenada, limpia; llena la tabla de resultados y adjunta las fotos de los bosquejos de las gráficas</p>

EXAMEN DE LA ELIPSE

Desarrolla en tu cuaderno los siguientes ejercicios.

CUANDO TERMINES DEBES LLENAR LA TABLA DE RESULTADOS Y ADJUNTAR LAS FOTOS SOLO DE TUS BOSQUEJOS

1. ELIPSE CON CENTRO EN EL ORIGEN

Considerando los siguientes datos; determinar en cada caso:

- El valor de los ejes mayor y menor
- El valor del ancho focal y la excentricidad
- Las coordenadas de los focos, vértices y extremos del eje menor
- Las coordenadas del centro
- La ecuación ordinaria y general de la elipse.
- El bosquejo de la gráfica

NOTA: en algunos casos lo que se tiene que determinar es un dato dado, solo indicar la respuesta.

1.- $3x^2 + 2y^2 - 6 = 0$

2.- Centro (0,0)

Eje mayor vertical igual a 10

Eje menor igual a 8

3.- Vértices en (5,0) y (-5,0)

Focos en (3, 0) y (-3,0)

2. ELIPSE CON CENTRO (h, k) FUERA DEL ORIGEN

Considerando los siguientes datos; determinar en cada caso:

- a) El valor de los ejes mayor y menor
- b) El valor del ancho focal y la excentricidad
- c) Las coordenadas de los focos, vértices y extremos del eje menor
- d) Las coordenadas del centro
- e) La ecuación ordinaria y general de la elipse.
- f) El bosquejo de la gráfica

NOTA: en algunos casos lo que se tiene que determinar es un dato dado, solo indicar la respuesta.

4.- Focos $(-1,-1)$ y $(-1,3)$

Vértices $(-1,-3)$ y $(-1,5)$

5.- $9x^2 + 4y^2 - 72x - 16y + 124 = 0$

TABLA DE RESULTADOS DEL EXAMEN DE LA ELIPSE

NOMBRE:

GRUPO:

PARAMETROS	LADO RECTO y EXENTRICIDAD	EJE MAYOR Y EJE MENOR	ECUACIONES ORDINARIA Y GENERAL	COORDENADAS
1. a= b= c=	L.R. = e =	Eje mayor = Eje menor =	$3x^2 + 2y^2 - 6 = 0$	C (,) V (,) F (,) B (,)
2. a= b= c=	L.R. = e =	Eje mayor vertical =10 Eje menor = 8		C (,) V (,) F (,) B (,)
3. a= b= c=	L.R. = e =	Eje mayor = Eje menor =		C (,) V ($\pm 5, 0$) F ($\pm 3, 0$) B (,)
4. a= b= c=	L.R. = e =	Eje mayor = Eje menor =		C (,) V (-1, -3) V (-1, 5) F (-1, -1) F (-1, 3) B (,) B (,)
5. a= b= c=	L.R. = e =	Eje mayor = Eje menor =	$9x^2 + 4y^2 - 72x - 16y + 124 = 0$	C (,) V (,) V (,) F (,) F (,) B (,) B (,)

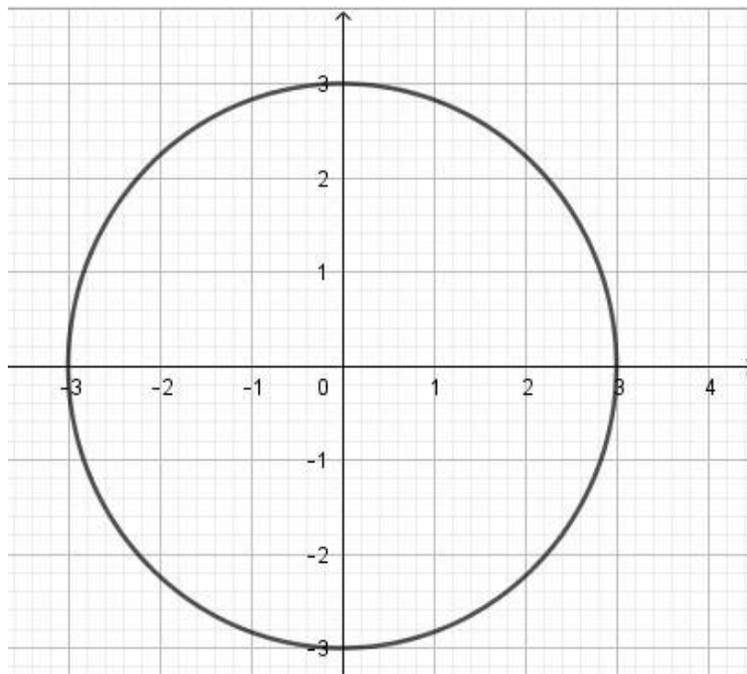
Autor del material:	
	Vázquez Flores Viviana
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad IV La Circunferencia, la Elipse y sus ecuaciones cartesianas
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Obtendrá las ecuaciones cartesianas de la circunferencia y elipse.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Instrumento de evaluación
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Al término de la unidad se evalúa a los alumnos con este examen

Ecuación cartesiana de la Circunferencia y la Elipse

*Obligatorio

Dada la gráfica de la circunferencia, la ecuación general es:

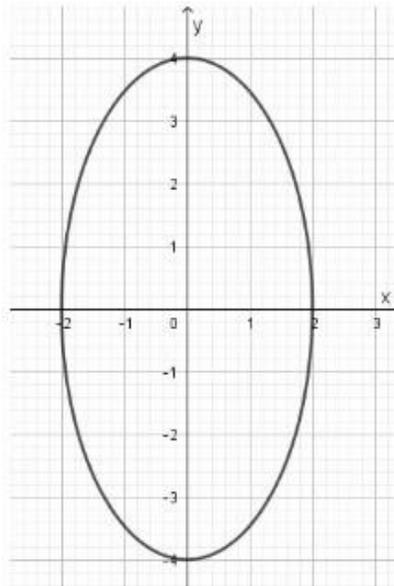
1 punto



- $x^2 + y^2 - 3 = 0$
- $x^2 + y^2 + 3 = 0$
- $x^2 + y^2 - 9 = 0$
- $x^2 + y^2 + 9 = 0$

Dada la gráfica de la elipse, su ecuación general es:

1 punto



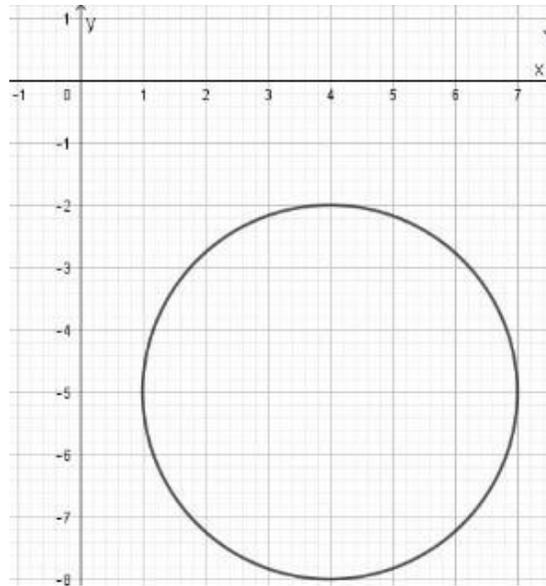
- $4x^2+16y^2-64=0$
- $4x^2+16y^2+64=0$
- $16x^2+4y^2-64=0$
- $16x^2+4y^2+64=0$

¿Cuál es la ecuación ordinaria de la circunferencia asociada a $x^2+y^2-12x+10y+51=0$?

1 punto

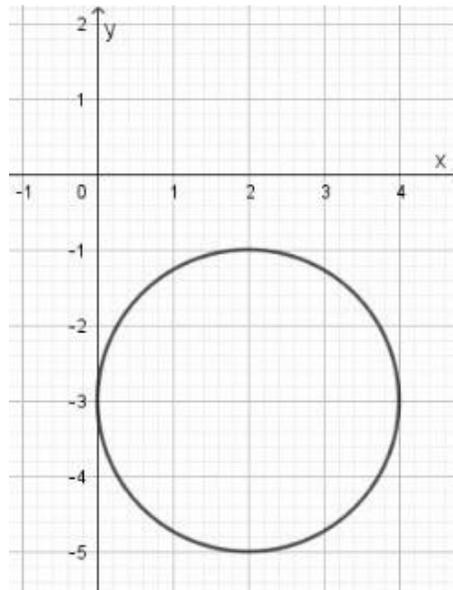
- $(x+6)^2+(y+5)^2=10$
- $(x+6)^2+(y-5)^2=10$
- $(x-6)^2+(y+5)^2=10$
- $(x-6)^2+(y-5)^2=10$

La ecuación de la circunferencia $x^2+y^2-8x+10y+32=0$ tiene asociada la ₁ punto gráfica siguiente*.



- Verdadero
- Falso

La gráfica asociada a la ecuación de la circunferencia $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 4$ 1 punto



- Verdadero
- Falso

Cuál es la ecuación general asociada a

1 punto

$$x^2 + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$$

- $4x^2 + y^2 - 5 = 0$
- $4x^2 + y^2 - 4y = 0$
- $4x^2 + y^2 - 4y + 5 = 0$
- $4x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$

La ecuación $25x^2+9y^2-50x+18y-191=0$ tiene como centro C (1,-1) y focos $F_1(1,-5)$ y $F_2(1,3)$ 1 punto

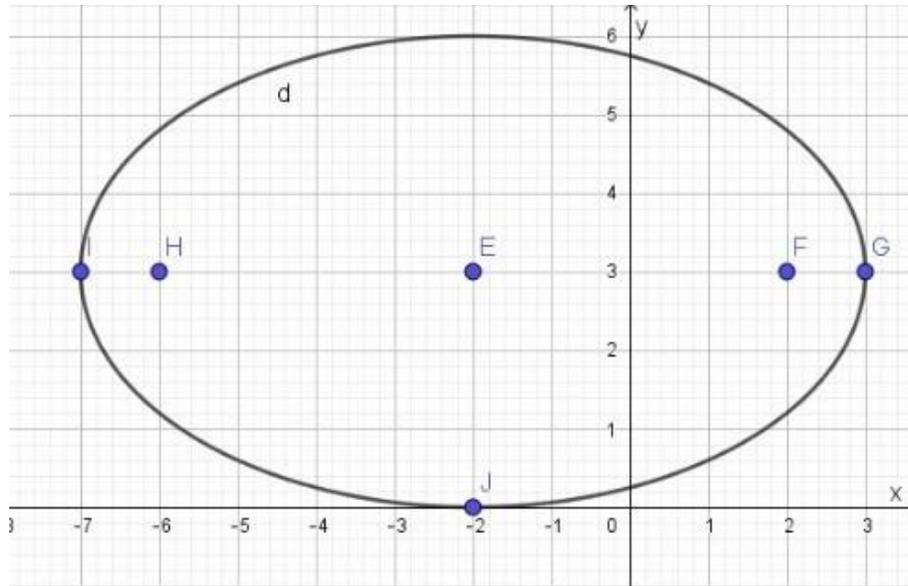
- Verdadero
- Falso

La siguiente ecuación ordinaria tiene como ecuación general: 1 punto

$$\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$$

- $4x^2+9y^2+8x+36y+4=0$
- $4x^2+9y^2-8x+36y+4=0$
- $4x^2+9y^2+8x-36y+4=0$
- $4x^2+9y^2-8x-36y+4=0$

La gráfica de la elipse con centro $C(-2,3)$ y excentricidad $e=.8$, paralela al eje de las abscisas, tiene como ecuación general:



- $9x^2+25y^2+36x+150y+36=0$
- $9x^2+25y^2-36x+150y+36=0$
- $9x^2+25y^2+36x-150y+36=0$
- $9x^2+25y^2+36x+150y-36=0$

La ecuación general de la elipse con centro $C(0,0)$, Foco $F(2,0)$ y Vértice $(4,0)$; es $12x^2+16y^2-192=0$ *

- Verdadero
- Falso

Enviar

Autor del material:	Erik Gustavo León González
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad V La parábola y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Transforma la ecuación general a la ordinaria para encontrar sus elementos
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Diapositivas (Elementos de la parábola y su ecuación canónica)
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>En la siguiente presentación se dan a conocer los elementos que conforman a la parábola, además se colocaron planos cartesianos donde se pueden ejemplificar las parábolas y mostrar sus elementos principales, además de la existencia de varios ejercicios que pueden llevar a cabo los alumnos durante la clase o bien para realizar como tarea.</p> <p>El profesor explicará cada uno de los elementos que conforman a la parábola, guiando a los alumnos a llevar a cabo ejercicios para la obtención de su ecuación canónica. También se puede pedir a los alumnos que antes de la explicación del profesor, pueden ver una serie de videos tutoriales.</p> <p>Los videos se anexan.</p>

Dirección de la presentación en power point

https://drive.google.com/open?id=1ckFhUnoNHf6aXXI1_nMdv1YYuyMEfL2&authuser=0



ECUACIÓN CANÓNICA DE LA PARÁBOLA

- La ecuación canónica de la parábola da información hacia dónde abre, de la ubicación del vértice, del lado recto, el valor de la distancia p , e implícitamente la ubicación del foco y de la directriz. Las ecuaciones son las siguientes.

$(x - h)^2 = 4p(y - k)$	<p>Recordar que p es una distancia, por lo tanto, siempre será positiva.</p> <p>Y esta conformada por las coordenadas h y k, es decir, $v(h, k)$.</p>
$(x - h)^2 = -4p(y - k)$	
$(y - k)^2 = 4p(x - h)$	
$(y - k)^2 = -4p(x - h)$	

EJERCICIOS. ENCONTRAR LOS ELEMENTOS DE LA PARÁBOLA

$(x + 3)^2 = -12(y - 2)$	$(x - 3)^2 = 12(y + 2)$
$(y - 1)^2 = 4(x - 1)$	$(y + 4)^2 = 8(x - 3)$

Ligas de videos educativos

<https://www.youtube.com/watch?v=DXrwxQILs5E>

<https://www.youtube.com/watch?v=kOHiFMQgB0E>

<https://www.youtube.com/watch?v=L6lBP2qc3oc>

<https://www.youtube.com/watch?v=sTNElp7h6wY>

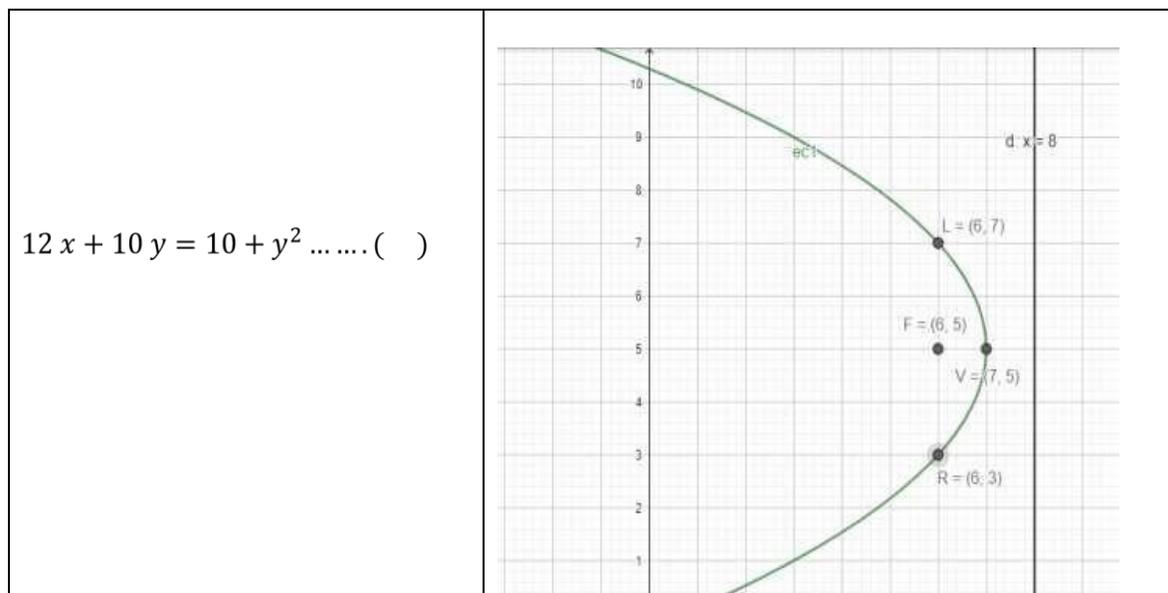
Autor del material:	Miranda González Adrián
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad V La parábola y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Transforma la ecuación general a la ordinaria para encontrar sus elementos.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo (X) f) Formulario g) Problemario (X) h) Otro	Estrategia didáctica
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>En la siguiente estrategia didáctica se han colocado dos ejemplos sencillos de la transformación de la forma general de la parábola a la forma ordinaria, con la finalidad de que el alumno logre identificar sus elementos, además se incluyen ejercicios para su práctica.</p> <p>Instrucciones: Debes leer el documento de nombre "Forma general a ordinaria", procesar la información y deberás desarrollar las actividades marcadas en el documento "Actividad Parábola", no olvides subir evidencia de tus procedimientos para cada ejercicio y resaltar los resultados.</p> <p>La entrega de las actividades se hace en un documento PDF.</p> <p>Éxito!!!</p>

Actividad parábola

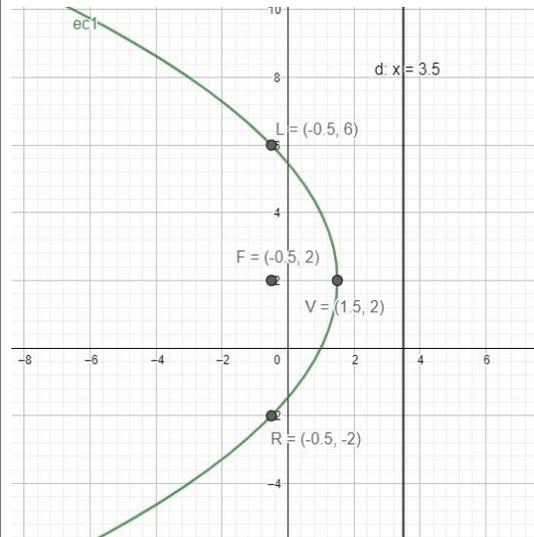
Actividad 1.- Convertir cada ecuación a la forma ordinaria o canónica y graficarla marcando sus elementos:

- a) $x^2 - 10y = 7x + 10$
- b) $-x^2 - 8 = 4x + 10y$
- c) $-x^2 - 18 = 12x + 9y$
- d) $x^2 - 22 = 22x - 26y$
- e) $y^2 - 2 = 2x - 13y$
- f) $y^2 - 12 = 6x - 12y$
- g) $y^2 + 24 = -6x + 12y$
- h) $y^2 + 18 = 8x + 22y$

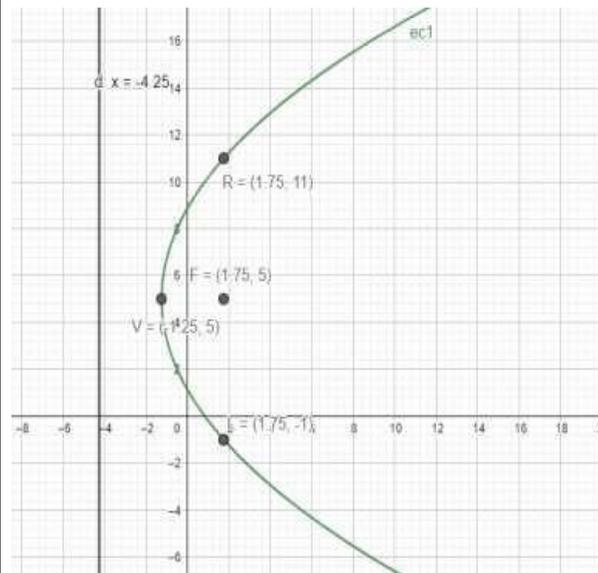
Actividad 2.- Relaciona la cada una de las siguientes ecuaciones ordinarias de la parábola con su respectiva gráfica.



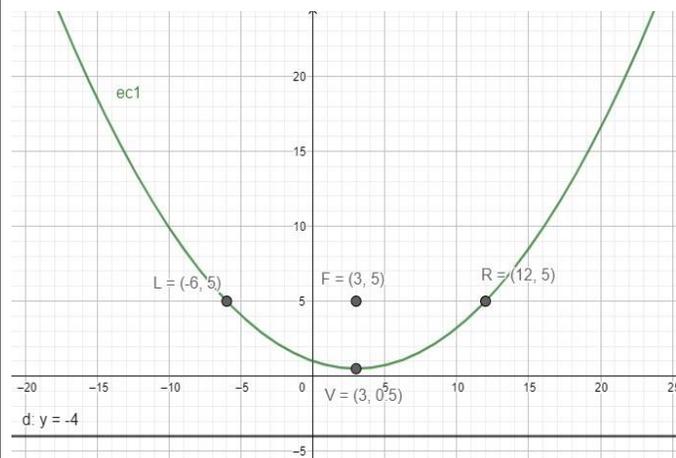
$$6x + 9y = -36 + x^2 \dots\dots ()$$



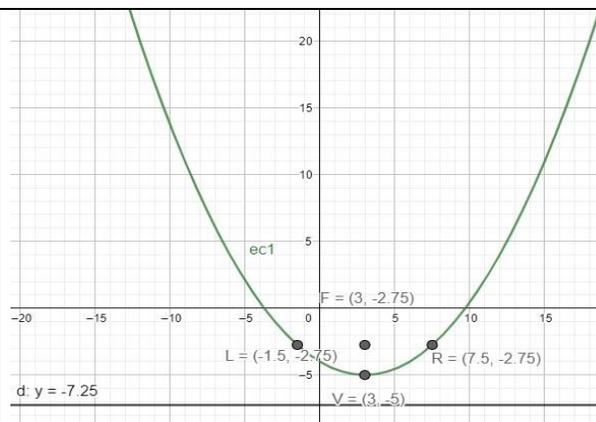
$$4x - 10y = 3 - y^2 \dots\dots\dots ()$$



$$8x - 4y = 8 - y^2 \dots\dots ()$$



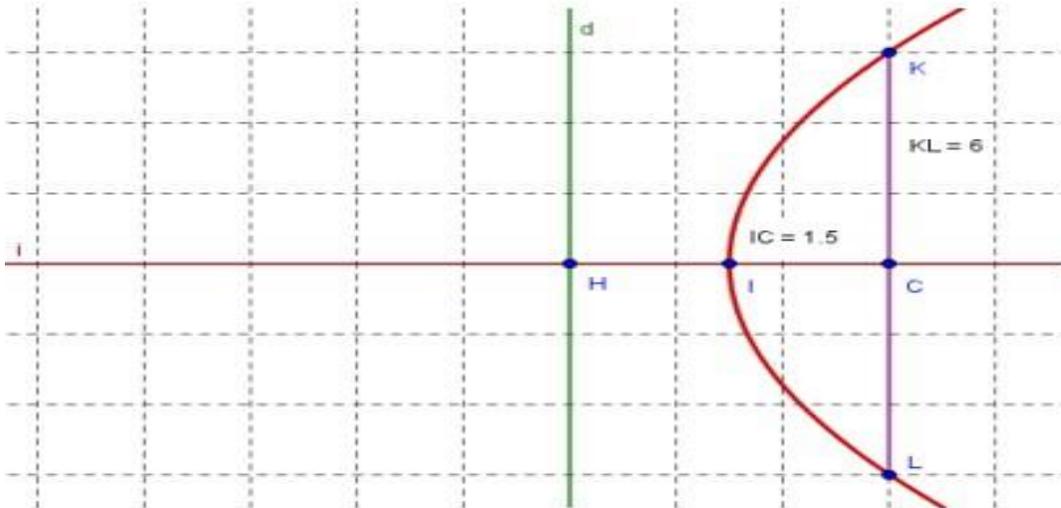
$$6x + 18y = 18 + x^2 \dots \dots ()$$



Autor del material:	H. Laura Paz Santiago
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad V La Parábola y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica los elementos que definen la parábola. • Determina el vértice, foco, directriz, el eje de simetría y el lado recto de la parábola, a partir de su ecuación cartesiana. <p>Grafica parábolas dadas sus ecuaciones y viceversa</p>
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario g) Problemario ✓ h) Otro	Archivo en PDF
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>Se presentan un archivo en pdf, con una serie de actividades donde los alumnos las trabajaran por equipo (sugerencia)</p> <p>En esta actividad los alumnos reforzaran diferentes aprendizajes con respecto a esta cónica.</p>

Actividad por equipo de la Parábola y su ecuación cartesiana

1. Observa la siguiente gráfica y relaciona las columnas que se encuentra en la tabla

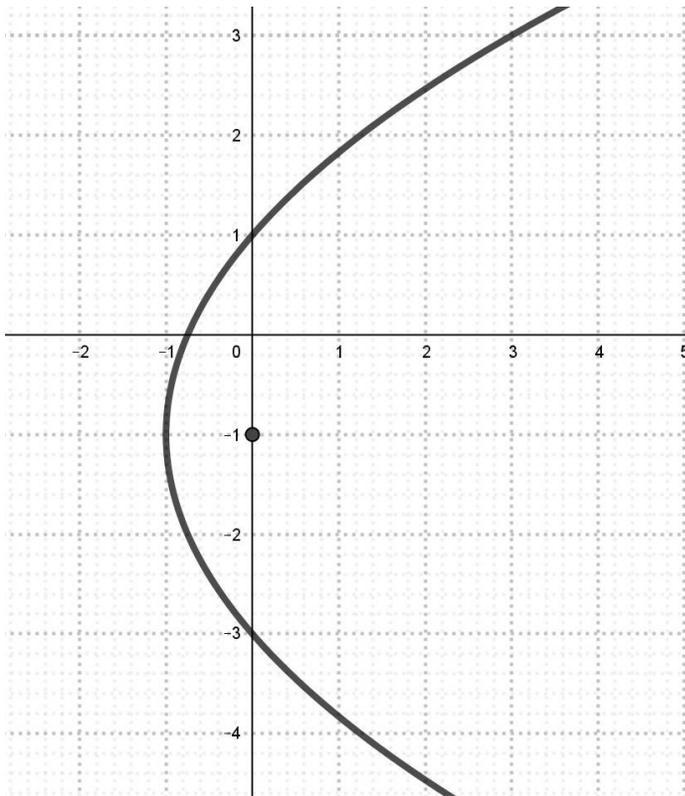
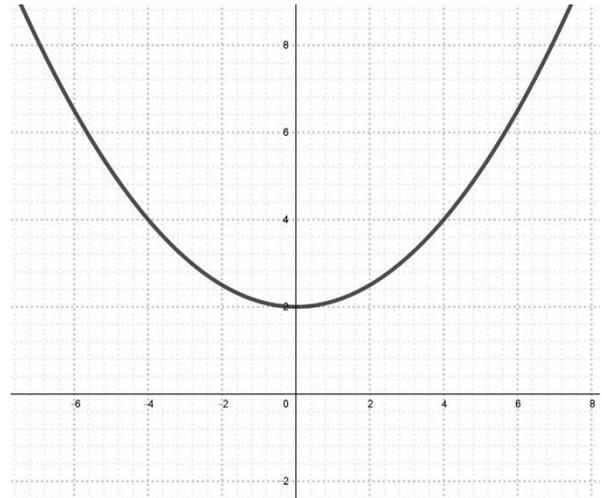


Elemento de la parábola	Elemento de la gráfica
a Vértice	Segmento KL ()
b Foco	Punto I ()
c Lado recto	Recta i ()
d Directriz	Punto C ()
e Eje de simetría	Punto IC ()
f Distancia focal	Recta d ()

2. A continuación, se presentan graficas de la parábola, indica con base a la gráfica la ecuación ordinaria que le corresponda.

A.

- a) $y^2 = 8(x - 2)$
- b) $x^2 = 8(y + 2)$
- c) $x^2 = 8(y - 2)$
- d) $x^2 = -8(y - 2)$

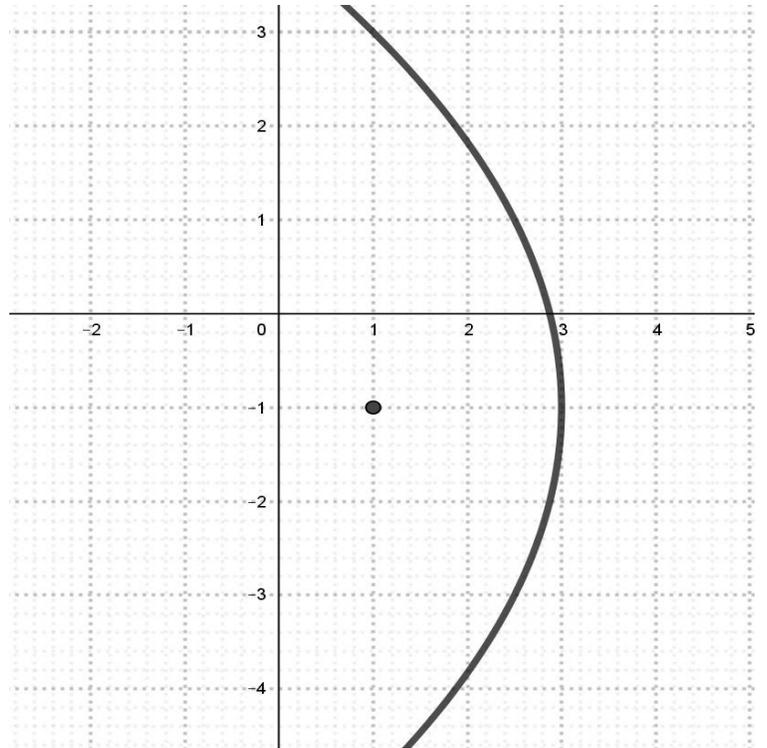


B

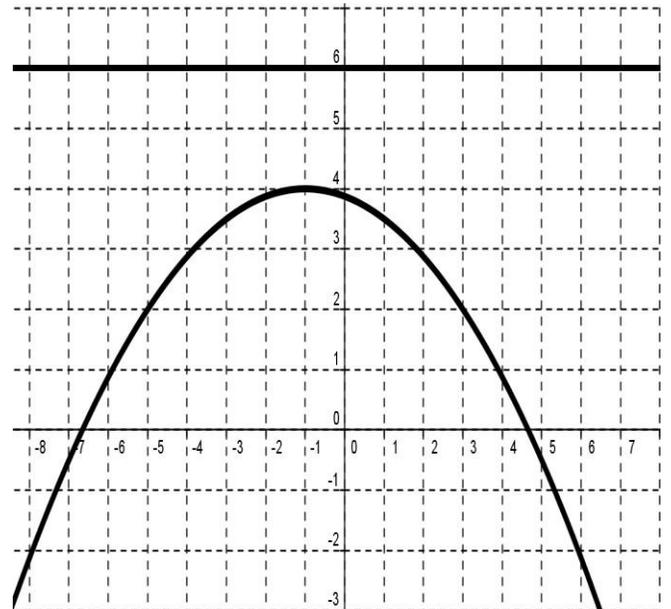
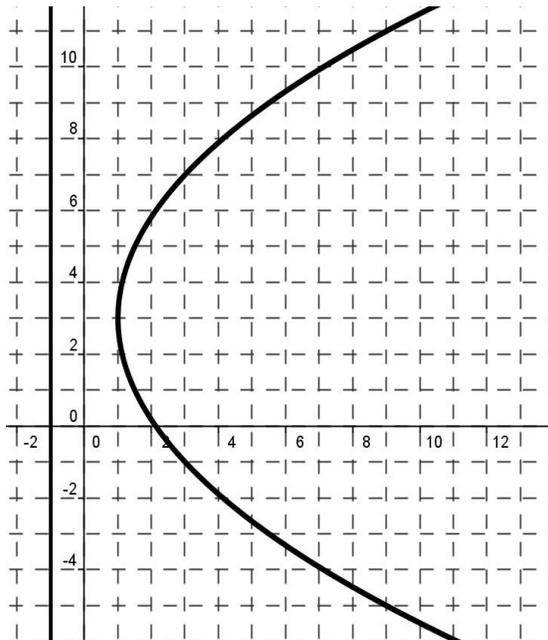
- a) $(x + 1)^2 = -4(y - 1)$
- b) $(x + 1)^2 = 4(y + 1)$
- c) $(y - 1)^2 = 4(x - 1)$
- d) $(y + 1)^2 = 4(y + 1)$

C

- a) $(x + 1)^2 = -8(y - 3)$
- b) $(y + 1)^2 = 8(x - 1)$
- c) $(y + 1)^2 = -8(x - 3)$
- d) $(y + 1)^2 = -8(y + 3)$



3. Para cada una de las gráficas obtén la ecuación general, el vértice, foco, directriz, lado recto y eje de simetría.



4. De acuerdo con las siguientes ecuaciones ordinarias, obtén cada uno de sus gráficos y su ecuación general

a) $(x - 3)^2 = 8 (y - 3)$

b) $(x + 5)^2 = -8 (y - 3)$

c) $(x + 4)^2 = 12 (y - 1)$

d) $(y + 2)^2 = 4 (x + 5)$

e) $(y - 1)^2 = -12 (x - 5)$

Autor del material:	Ismael Nolasco Martínez
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad V La Parábola y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<p>Identificará los elementos que definen la parábola.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconocerá la simetría de esta curva. - Obtendrá por inducción la definición de la parábola como lugar geométrico. - Determinará el vértice, foco, directriz, el eje de simetría y el lado recto de la parábola, a partir de su ecuación cartesiana. - Transformará la ecuación general a la ordinaria para encontrar sus elementos.
Tipo de material: i) Lectura j) Instrumento de evaluación k) Estrategia didáctica l) Secuencia didáctica m) Vídeo educativo n) Formulario o) Problemario p) Otro	Examen parcial
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Resuelve el siguiente cuestionario, al terminar deberás tomar una foto o hacer una captura de pantalla, a tu puntaje obtenido y enviarla como evidencia. Éxito con su trabajo

Cuarto parcial de matemáticas III

Coloca tu nombre completo, comenzando por apellido paterno, materno y nombre y enseguida coloca tu grupo con su respectiva sección.

- El signo del lado recto
- La variable que se encuentra elevado al cuadrado

Selecciona la respuesta correcta. Para saber la cual es la orientación de la parábola (arriba, abajo, izquierda o derecha), a partir de la ecuación en su forma ordinaria, se debe tomar en cuenta:

- El valor de h
- El valor de k
- El signo que acompaña al lado recto
- La variable elevado al cuadrado

Para poder transitar de la forma ordinaria a la forma general de una parábola con vértice en el origen, basta con igualar toda la expresión con cero.

- Verdadero
- Falso

Para poder transitar de la forma ordinaria a la forma general de una parábola con vértice en el origen, hay que desarrollar un binomio al cuadrado, eliminar los paréntesis e igualar toda la expresión con cero.

- Verdadero
- Falso

Para poder transitar de la forma ordinaria a la forma general de una parábola con vértice fuera en del origen, hay que desarrollar un binomio al cuadrado, eliminar los paréntesis e igualar toda la expresión con cero.

- Verdadero
- Falso

Para poder transitar de la forma ordinaria a la forma general de una parábola con vértice fuera del origen, solo hay que igualar toda la expresión con cero.

- Verdadero
- Falso

Correcta Verdadero o Falso según corresponda. La recta directriz es una recta paralela al lado recto de una parábola y se encuentra a una distancia que mide p unidades del vértice.

- Verdadero
- Falso

Selecciona la respuesta correcta. Para saber la cual es la orientación de la parábola (horizontal o vertical), a partir de la ecuación en su forma ordinaria, se debe tomar en cuenta:

- El lado recto
- El parámetro p

De la parábola cuyo vértice se encuentra en el punto $V(0,0)$ y cuyo foco se encuentra en el punto $F(0,5/2)$, la coordenada correspondiente a uno de los extremos del lado recto es:

- (-5,3)
- (5,3)
- (3,5)
- (-5,5/2)

De la parábola cuyo vértice se encuentra en $V(0,0)$ y cuya recta directriz es $x=4$, la coordenada correspondiente al foco es:

- F(4,0)
- F(-4,0)
- F(0,4)
- F(0,-4)

De la parábola cuyo vértice es el punto $V(-2,-3)$ y cuyo foco es el punto $F(-2,-7)$, la ecuación de su recta directriz es :

- $y=-1$
- $x=1$
- $x=-1$
- $y=1$

De la parábola cuyo vértice es el punto $V(2,2)$ y cuya ecuación de su recta directriz es $x=6$, el valor de su lado recto es:

- 6
- 12
- 18
- 16

Enviar

Autor del material: Blanca Elizabeth Cruz Estrada	
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad V La Parábola y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	Identifica los elementos que definen la parábola. Reconoce la simetría de esta curva.
Tipo de material: q) Lectura r) Instrumento de evaluación s) Estrategia didáctica t) Secuencia didáctica u) Vídeo educativo v) Formulario w) Problemario x) Otro	Estrategia didáctica
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	<p>Realizar una investigación de los elementos que definen la parábola como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definición de parábola. • Foco de una parábola. • Directriz de una parábola. • Eje focal de una parábola • Vértice de una parábola. <p>Después leer el archivo (construcción) y sigue los pasos que te piden para la construcción, al inicio de tu hoja de la construcción anota la fecha continua con tu nombre completo iniciando por apellido paterno, seguido de apellido materno y nombre.</p> <p>enviar en un archivo pdf</p>

Construcción geométrica doblado de papel.

ELEMENTOS DE LA PARÁBOLA

Materiales. Hoja de papel tamaño carta, regla y lápiz

1. Divide el ancho de una hoja en dos partes iguales marcando un doblé. La base o parte inferior del ancho de la hoja es la Directriz, figura 1.



Figura 1



Figura 2

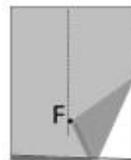
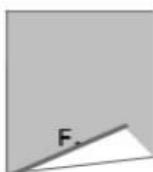


Figura 3

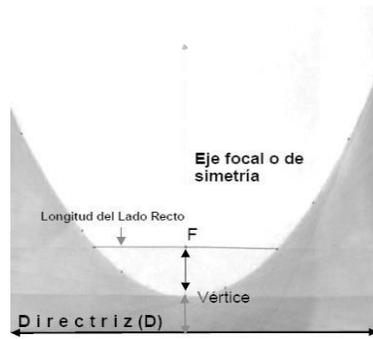
2. Dibuja un punto F (Foco) sobre el doblé, a 5 o 6 centímetros arriba de la Directriz (no importa si es menos de 5 o 6cm) figura 2
3. Has coincidir el extremo derecho de la hoja directriz con el punto F (foco), marque un doblé, figura 3
4. Marca todos los dobleces posibles, recorriendo la directriz 3 milímetros aproximadamente por el punto Foco haciendo que coincidan, marque el doblé. Así sucesivamente, recorra la directriz (3mm) por el punto Foco marcando el doblé, detente hasta que haya recorrido la mitad de la directriz, figura 4



5. Se hace coincidir el extremo izquierdo de la Directriz (hoja) con el punto y marca un doblé figura 5.



6. Marca todos los dobleces posibles al recorrer la directriz por el punto F, de la misma forma que en el paso 4



Investigación

Contestas en tu cuaderno

Se llama lugar geométrico o gráfica de una ecuación.

Definición de parábola.

Foco de una parábola.

Directriz de una parábola.

Eje focal

Vértice de una parábola.

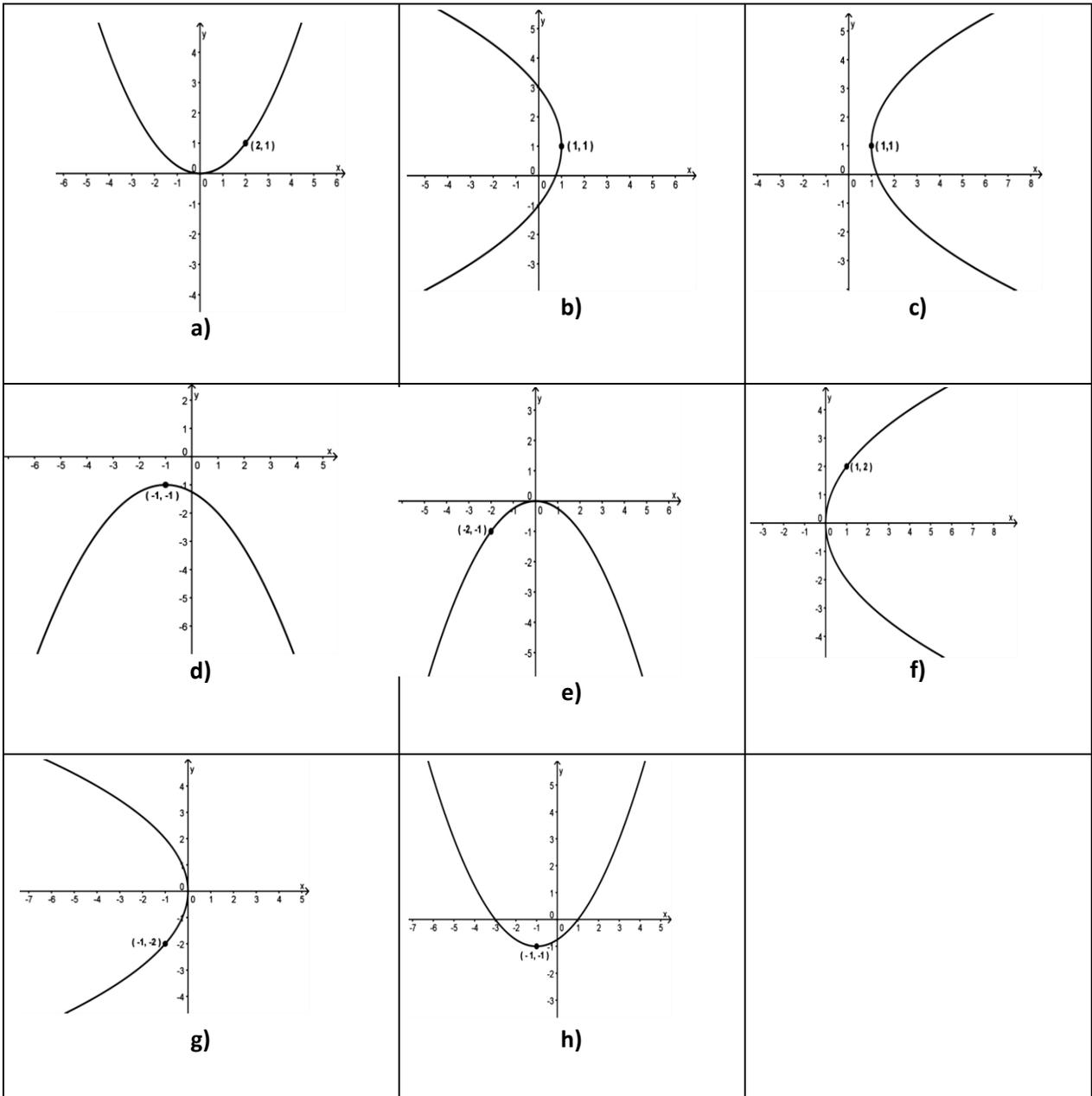
Ecuación cartesiana de una parábola con vértice en el origen y eje focal sobre el eje x

Ecuación cartesiana de una parábola con vértice en el origen y eje focal sobre el eje y

Autor del material:	Blanca Elizabeth Cruz Estrada
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad IV La Parábola y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	Deduce la ecuación de la parábola con vértice en el origen y fuera de él. Entiende que un punto pertenece a una parábola sí y sólo sí, sus coordenadas satisfacen la ecuación correspondiente
Tipo de material: y) Lectura z) Instrumento de evaluación aa) Estrategia didáctica bb) Secuencia didáctica cc) Vídeo educativo dd) Formulario ee) Problemario ff) Otro	Serie de ejercicios
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Resuelve los siguientes ejercicios en tu cuaderno, al terminar deberás enviar un solo archivo pdf, además te comparto una infografía como material de apoyo para la actividad

Relaciona cada gráfica con su ecuación

- | | | | |
|---------------------|-----|--------------------|-----|
| $y^2 = 4x$ | () | $x^2 = 4y$ | () |
| $y^2 = -4x$ | () | $x^2 = -4y$ | () |
| $(y-1)^2 = 4(x-1)$ | () | $(x+1)^2 = 4(y-1)$ | () |
| $(y-1)^2 = -4(x-1)$ | () | $(x+1)^2 = 4(y-1)$ | () |

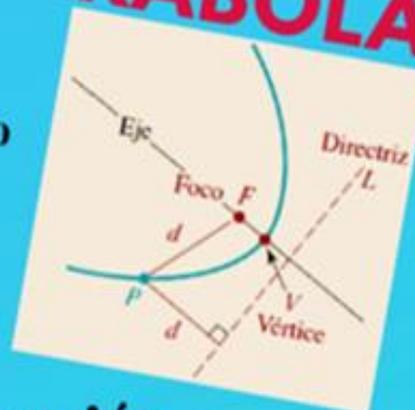


PARÁBOLA

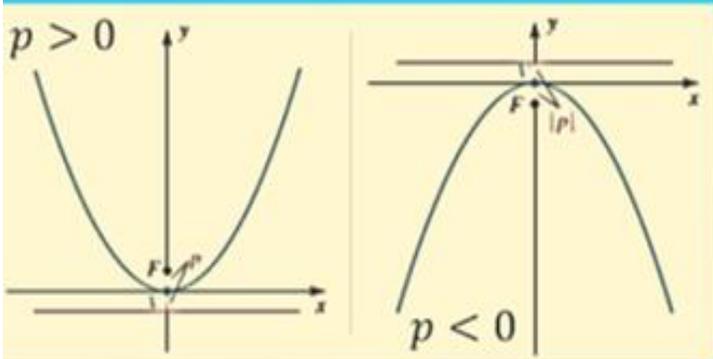
DEFINICIÓN

Es el lugar geométrico de todos los puntos $P(x,y)$ en el plano que son equidistante de un punto fijo (foco) y una recta fija (directriz) que está en el plano

Parámetro
 p



Parábola con eje vertical



Ecuación

$$x^2 = 4py$$

Ecuación, Foco, Directriz

$V(0, 0)$
 $F(0, p)$
 $D: y = -p$

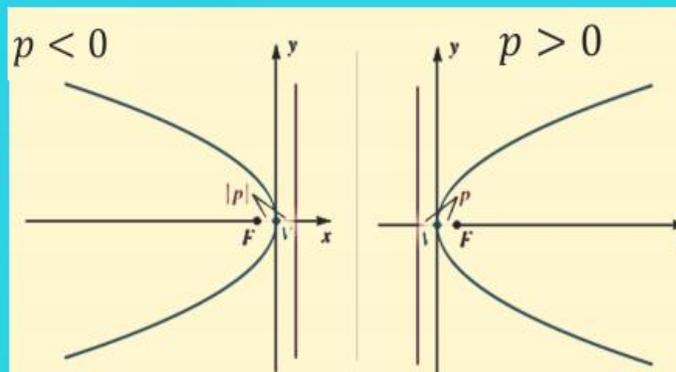
Ecuación

$$y^2 = 4px$$

Ecuación, Foco, Directriz

$V(0, 0)$
 $F(p, 0)$
 $D: x = -p$

Parábola con eje horizontal



Autor del material:	Brenda del Carmen Muñoz Ramírez
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad V La Parábola y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Determina el vértice, foco, directriz, el eje de simetría y el lado recto de la parábola, a partir de su ecuación cartesiana. • Grafica parábolas dadas sus ecuaciones y viceversa. • Transforma la ecuación general a la ordinaria para encontrar sus elementos.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario Problemario g) Otro	Instrumento de evaluación
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Resuelve los ejercicios en tu cuaderno de forma completa, ordenada y contesta el cuestionario, al terminar copia el vínculo para que lo adjuntes o la captura de pantalla con tu calificación. Recuerda marcar tu tarea como completada.

CUARTO PARCIAL. "LA PARÁBOLA"
Contesta el siguiente cuestionario

1. De la siguiente ecuación de la parábola determina las coordenadas de vértice, foco, extremos del lado recto, su longitud, la ecuación de la recta directriz y el bosquejo de la gráfica para que puedas contestar las preguntas 1-7 1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

$$3y^2 - 12x = 0$$

Marca solo un óvalo.

- La parábola es horizontal y abre a la derecha
- La parábola es horizontal y abre a la izquierda
- La parábola es vertical y abre hacia abajo

2. De la siguiente ecuación de la parábola, la coordenada del vértice es:

$$3y^2 - 12x = 0$$

Marca solo un óvalo.

- V (0, 0)
- V (3, -12)
- V (0, 4)

3. De la siguiente ecuación de la parábola, la coordenada del foco es:

$$3y^2 - 12x = 0$$

Marca solo un óvalo.

- F (0, 0)
- F (1, 0)
- F (0, 1)

4. De la siguiente ecuación de la parábola, la ecuación de la recta directriz es:

$$3y^2 - 12x = 0$$

- $x = 1$
- $x = -1$
- $y = 1$

5. De la siguiente ecuación de la parábola, la longitud del lado recto es:

$$3y^2 - 12x = 0$$

Marca solo un óvalo.

- $LR = |4|$
- $LR = |-4|$
- $LR = |-12|$

6. De la siguiente ecuación de la parábola, las coordenadas de los extremos del lado recto son:

$$3y^2 - 12x = 0$$

Marca solo un óvalo.

- $(1, 2)$ y $(1, -2)$
- $(-1, 2)$ y $(-1, -2)$
- $(-2, 2)$ y $(2, 2)$

7. De la siguiente ecuación de la parábola determina las coordenadas de vértice, foco, extremos del lado recto, su longitud, la ecuación de la recta directriz y el bosquejo de la gráfica para que puedas contestar las preguntas 1-7 1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

$$x^2 + 6x + 12y - 51 = 0$$

Marca solo un óvalo.

-
- La parábola es vertical y abre hacia arriba
- La parábola es vertical y abre hacia abajo
- La parábola es horizontal y abre hacia la derecha

8. De la siguiente ecuación de la parábola, la coordenada del vértice es:

$$x^2 + 6x + 12y - 51 = 0$$

Marca solo un óvalo.

- V (3, 5)
- V (-3, 5)
- V (-5, -3)

9. 9. De la siguiente ecuación de la parábola, la coordenada del foco es:

$$x^2 + 6x + 12y - 51 = 0$$

Marca solo un óvalo.

- F (-3,2)
- F (3,2)
- F (0, -5)

10. 10. De la siguiente ecuación de la parábola, la ecuación de la directriz es:

$$x^2 + 6x + 12y - 51 = 0$$

- $y = -8$
- $y = 8$
- $x = -8$

Marca solo un óvalo.

11. 11. De la siguiente ecuación de la parábola, la longitud del lado recto es:

$$x^2 + 6x + 12y - 51 = 0$$

Marca solo un óvalo.

- LR = | 12 |
- LR = | -12 |
- LR = | 3 |

12. 11. La siguiente afirmación es verdadera o falsa:

Está ecuación $x^2 + 6x + 12y - 51 = 0$ en su forma ordinaria es $(x + 3)^2 = 12(y + 5)^2$

Marca solo un óvalo.

- Verdadero
- Falso

Autor del material:	Rosales Suárez Josemaría
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad V La Parábola y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Determina el vértice, foco, directriz, el eje de simetría y el lado recto de la parábola, a partir de su ecuación cartesiana. • Grafica parábolas dadas sus ecuaciones y viceversa. • Transforma la ecuación general a la ordinaria para encontrar sus elementos.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario g) Problemario h) Otro	Cuestionario
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Lee con mucha atención cada pregunta y selecciona la respuesta correcta. Cada reactivo lo deberás resolver en tu cuaderno y enviar las evidencias.

Cuestionario La parábola y su ecuación cartesiana

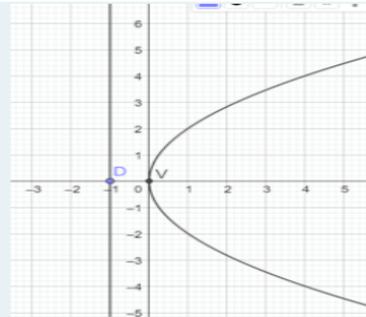
2

Es la ecuación de la parábola cuyo vértice es el punto $V(0,0)$ y su foco es el punto $F(-2,0)$. *

(2 puntos)

- $y^2 = 8x$
- $y^2 = -4x$
- $y^2 = -8x$
- $y^2 = 4x$

3



En la figura se observa una parábola, su directriz (D) y su vértice (V). Selecciona la ecuación correspondiente a la gráfica. *

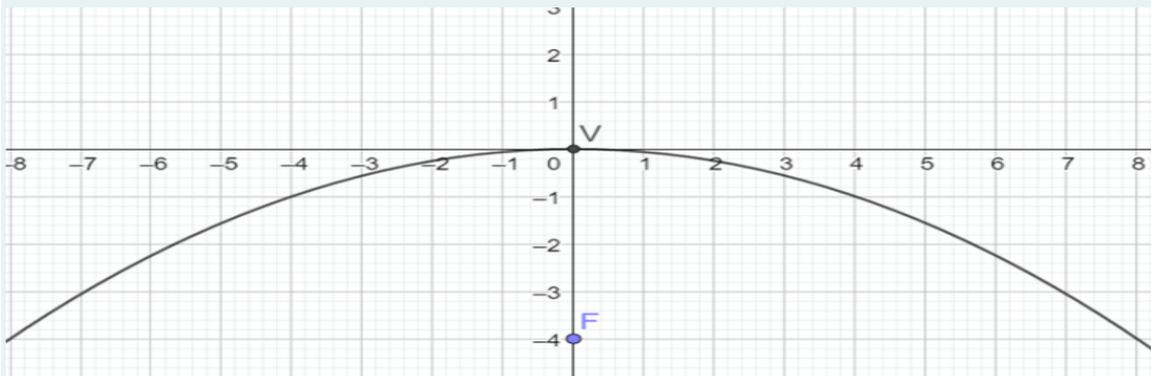
(1 Punto)

- $y^2 = 4x$
- $y^2 = 8x$
- $y^2 = -4x$
- $y^2 = -8x$

4

En la figura se observa una parábola, su foco (F) y su vértice (V). Selecciona la ecuación correspondiente a la gráfica. *

(1 Punto)



- $x^2 = -8y$
- $x^2 = 8y$
- $x^2 = 16y$
- $x^2 = -16y$

5

Son las coordenadas de uno de los extremos del lado recto de la parábola cuya ecuación es: *
(1 Punto)

$$y^2 = -8x$$

- (-2, -4)
- (2, -4)
- (-2, 8)
- (2, 8)

6

Es la ecuación de la parábola con vértice en el origen, abre hacia abajo y que pasa por el punto (5,-3) *
(1 Punto)

- $x^2 = -\frac{100}{12}y$
- $x^2 = -\frac{50}{12}y$
- $x^2 = -\frac{25}{12}y$
- $x^2 = -\frac{20}{12}y$

7

Es la ecuación de la parábola cuyo vértice es el punto V(3,1) y su foco es el punto F(4,1). *
(2 puntos)

- $y^2 - 4x - 2y + 13 = 0$
- $x^2 - 4x - 2y - 13 = 0$
- $x^2 + 4x + 2 + 13 = 0$
- $y^2 + 4x + 2y - 13 = 0$

8

Es la medida del lado recto de la parábola: *
(1 Punto)

$$(x - 3)^2 = 12(y + 3)$$

- 3
- 6
- 12
- 4

9

Son las coordenadas del vértice de la parábola: *
(1 Punto)

$$(y - 4)^2 = 8(x + 3)$$

- (4, -3)
- (3, 4)
- (-3, 4)
- (-4, 3)

10

Son las coordenadas del vértice de la parábola: *
(1 Punto)

$$(x + 3)^2 = 10(y - 7)$$

- (7, -3)
- (-3, 7)
- (3, -7)
- (-7, 3)

11

Utiliza el método de "completar cuadrados" para determinar la ecuación ordinaria de la parábola cuya ecuación general es: *
(3 puntos)

$$x^2 - 4x - 12y + 16 = 0$$

- $(x - 2)^2 = -12(y - 1)$
- $(x - 2)^2 = 12(y - 1)$
- $(x + 2)^2 = 12(y + 1)$
- $(x + 2)^2 = -12(y + 1)$

12

Utiliza el método de "completar cuadrados" para determinar la ecuación ordinaria de la parábola cuya ecuación general es: *
(3 puntos)

$$y^2 + 8x - 2y - 39 = 0$$

- $(y + 5)^2 = -8(x - 1)$
- $(y - 5)^2 = 8(x - 1)$
- $(y + 1)^2 = 8(x + 5)$

13

Es la ecuación de la directriz de la parábola con foco en el punto (2,3) y distancia focal igual a 4 unidades y que abre hacia arriba. *
(1 Punto)

- $y = -1$
- $y = 5$
- $y = -5$
- $y = 1$

10

Son las coordenadas del vértice de la parábola: *
(1 Punto)

$$(x + 3)^2 = 10(y - 7)$$

- (7, -3)
- (-3, 7)
- (3, -7)
- (-7, 3)

Si no puede mostrar la imagen.

Utiliza el método de "completar cuadrados" para determinar la ecuación ordinaria de la parábola cuya ecuación general es: *
(3 puntos)

$$y^2 + 8x - 2y - 39 = 0$$

- $(y + 5)^2 = -8(x - 1)$
- $(y - 5)^2 = 8(x - 1)$
- $(y + 1)^2 = 8(x + 5)$
- $(y - 1)^2 = -8(x - 5)$

13

Es la ecuación de la directriz de la parábola con foco en el punto (2,3) y distancia focal igual a 4 unidades y que abre hacia arriba. *
(1 Punto)

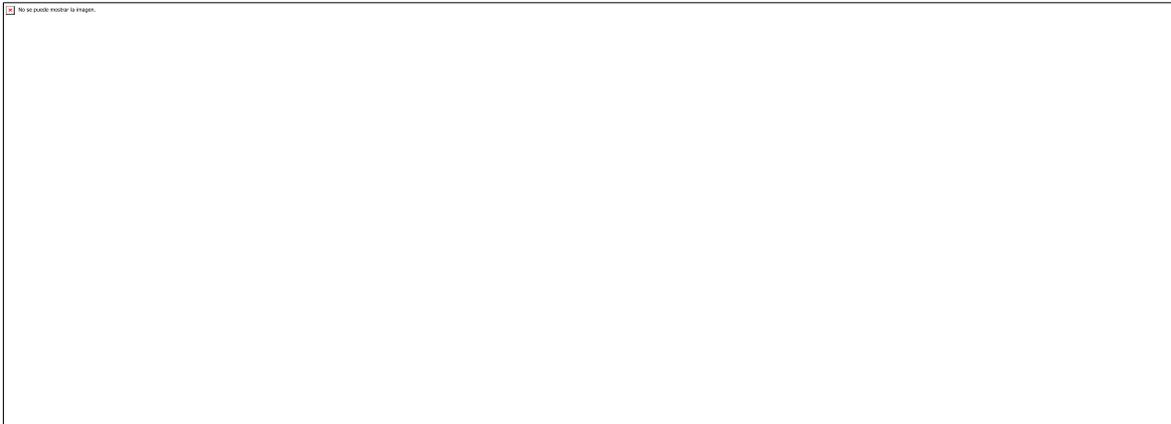
- $y = -1$
- $y = 5$
- $y = -5$
- $y = 1$

 No se puede mostrar la imagen.

 No se puede mostrar la imagen.

 No se puede mostrar la imagen.

 No se puede mostrar la imagen.



Autor del material:	Pedro Cazarez Mena
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad V La Parábola y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Refuerza por inducción la definición de parábola como lugar geométrico e identifica los elementos que la definen y reconoce la simetría de ésta.
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario g) Problemario h) Otro	Instrumento de consolidación de saberes sobre los elementos de la Parábola Archivo de GeoGebra.
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Abra el archivo de GeoGebra La Parábola y sus Elementos, active una a una las casillas de control y observe cada elemento de la Parábola mostrado y es su caso la definición del elemento. En su cuaderno dibuja la gráfica de la Parábola con sus elementos.

LA PARÁBOLA Y SUS ELEMENTOS

Autor: Pedro Cázarez Mena

APRENDIZAJES Al término de la clase el alumno:

◆ Refuerza por inducción la definición de parábola como lugar geométrico e identifica los elementos que la definen y reconoce la simetría de ésta.

Tipo de material: Instrumento de consolidación de saberes sobre los elementos de la Parábola

Archivo de GeoGebra.

Instrucciones;

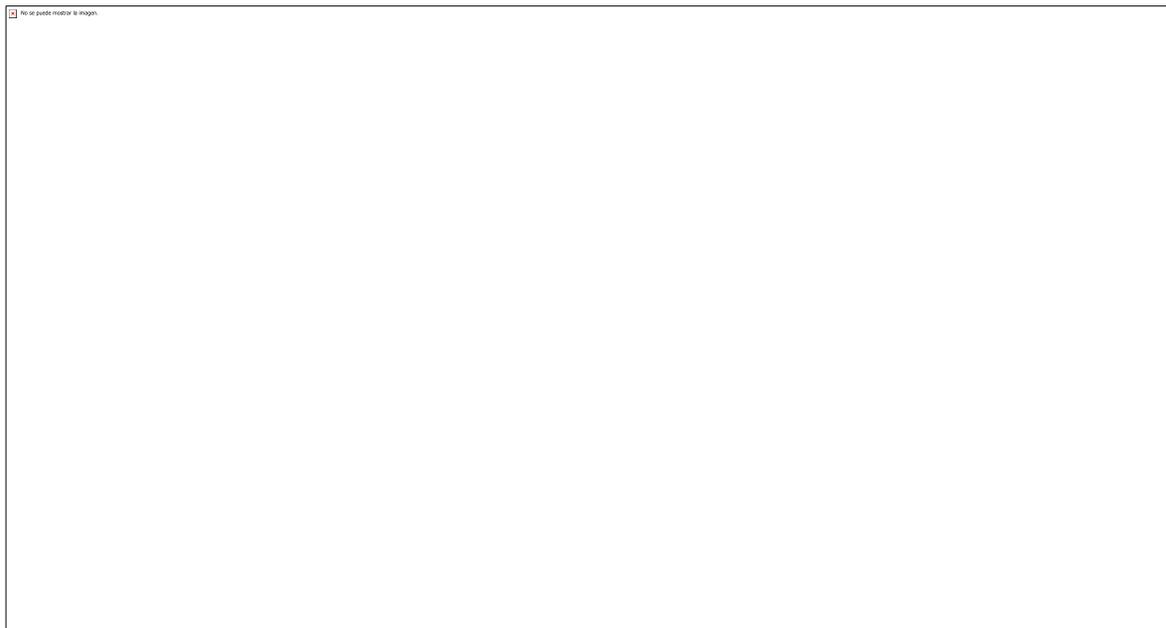
Abra el archivo de GeoGebra La Parábola y sus Elementos, active una a una las casillas de control y observe cada elemento de la Parábola mostrado y es su caso la definición del elemento.

En su cuaderno dibuja la gráfica de la Parábola con sus elementos.



La Parábola y sus Elementos.ggb

Se muestra imagen del archivo mostrando la Parábola y sus elementos.

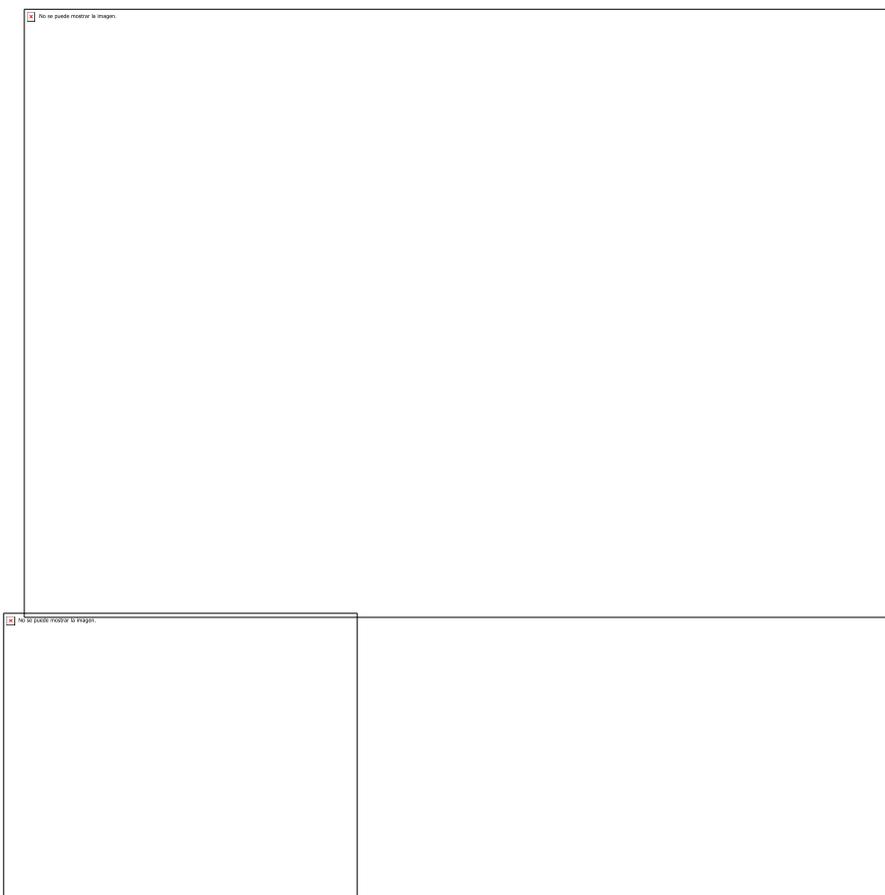


https://drive.google.com/open?id=1cyqC28_BDt6ueEn2knMpBAfiE2vOKcIT&authuser=0

Autor del material:	Viviana Vázquez Flores
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad V La Parábola y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Determinar los elementos de la parábola como foco, directriz, vértice, eje de simetría, lado recto a partir de su ecuación cartesiana
Tipo de material: i) Lectura j) Instrumento de evaluación k) Estrategia didáctica l) Secuencia didáctica m) Vídeo educativo n) Formulario o) Problemario p) Otro	Cuestionario
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Resuelve los siguientes ejercicios en tu cuaderno, toma captura de pantalla para enviar tus evidencias. Selecciona la respuesta correcta.

Unidad IV. La parábola y su ecuación cartesiana

La ecuación de la parábola que corresponde a la siguiente gráfica es:



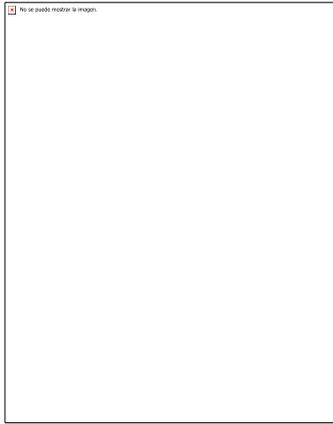
La ecuación $x^2+6x+16y+41=0$ tiene como vértice:



Obtén las coordenadas del foco, si la ecuación de la parábola es: $y^2 = -24x$



Determina la ecuación general de la parábola que cumple con las siguientes condiciones: F (-5,2) y directriz $x=-1$

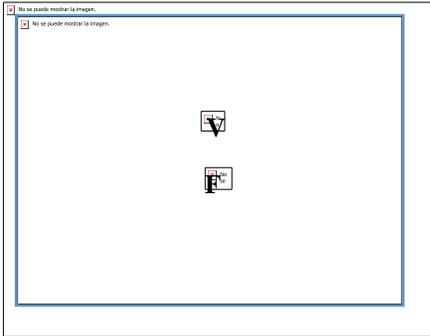


Autor del material:	Emelia Norma Venegas Ocampo
Asignatura que apoya	Matemáticas III
Unidad del Programa que apoya	Unidad V La Parábola y su ecuación cartesiana
Aprendizaje(s) que apoya	<ul style="list-style-type: none"> • Identificará los elementos que definen la parábola. • Reconocerá la simetría de esta curva. • Obtendrá por inducción la definición de la parábola como lugar geométrico. • Deducirá la ecuación de la parábola con vértice en el origen y fuera de él. • Determinará el vértice, foco, directriz, el eje de simetría y el lado recto de la parábola, a partir de su ecuación cartesiana. • Graficará parábolas dadas sus ecuaciones y viceversa • Transformará la ecuación general a la ordinaria para encontrar sus elementos
Tipo de material: a) Lectura b) Instrumento de evaluación c) Estrategia didáctica d) Secuencia didáctica e) Vídeo educativo f) Formulario g) Problemario h) Otro	Instrumento de evaluación
Breve resumen o sinopsis del material en donde se justifique el por qué se elige.	Desarrollar cada uno de los ejercicios en tu cuaderno con el procedimiento necesario para llegar al resultado, poner nombre en el encabezado de cada una de las hojas, tomar las fotos (que no estén borrosas y en vertical) subirlas a un documento PDF a teams.

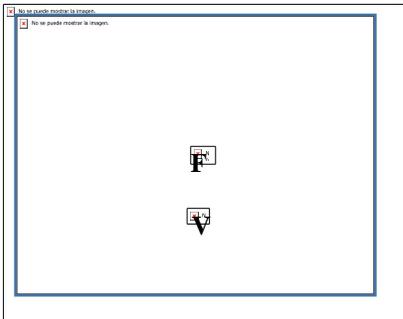
UNIDAD 4 GUÍA

- 1.- Obtener la ecuación general de la parábola si se tiene como foco $F (-3, -1)$ y vértice $V (-3, 0)$, elaborar la gráfica.
- 2.- Dado el vértice $V (2, -2)$ y la directriz $x = 3$, elaborar la gráfica y encontrar la ecuación en forma general.
- 3.- Dado el foco $F (1, -1)$ y la directriz $y = 3$, elaborar la gráfica y encontrar la ecuación en forma general
- 4.- Dado el vértice en el origen y la directriz $y = -2$, elaborar la gráfica y encontrar la ecuación en forma general

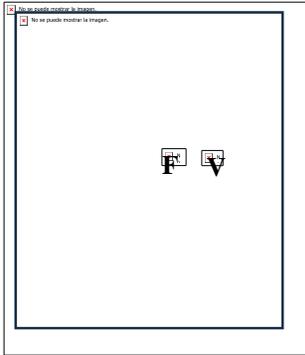
5.- Obtener la ecuación en forma general de la parábola



6.- Obtener la ecuación en forma general de la parábola



7.- Obtener la ecuación en forma general de la parábola



8.- Dada la ecuación de la parábola $x^2-2x+8y+17=0$, determinar:

- a) Vértice
- b) Foco
- c) Lado Recto
- d) Directriz
- e) Eje de simetría
- f) Gráfica

8.- Dada la ecuación de la parábola $x^2+8y=0$, determinar:

- a) Vértice
- b) Foco
- c) Lado Recto
- d) Directriz
- e) Eje de simetría
- f) Gráfica

9.- Dada la ecuación de la parábola $y^2-6x+8y+4=0$, determinar:

- a) Vértice
- b) Foco
- c) Lado Recto
- d) Directriz
- e) Eje de simetría
- f) Grafica