

Tipo de Material

Secuencia didáctica.

Asignatura que apoya

Matemáticas 3.

Profesor que presenta

Liber Mass profesor del colegio de ciencias y humanidades plantel Naucalpan, tengo 12 años de experiencia en el plantel e imparto distintas asignaturas: como Taller de cómputo, Matemáticas I-IV.

Es una secuencia didáctica que se desarrollo en un curso de formación de profesores, recogiendo ideas de los participantes del equipo: adicionalmente.

La secuencia apoya al aprendizaje “Comprende la deducción de algunas identidades trigonométricas.” se ubica este aprendizaje en la asignatura de matemáticas 3.

Autor de la siguiente secuencia didáctica.

Está actividad la diseñamos por los siguientes profesores Teodora Hernández Máximo, Juan Manuel Ignacio Álvarez, Sergio Lázaro González, Gregorio López Arvizu, Liber A. Mass Zuñiga y Adrián Zacarías Jiménez quienes estuvimos trabajando en el equipo, pero así como los menciono a ellos hay un sin fin de profesores en el Colegio a los cuales les hemos solicitado apoyo, asesoría y acompañamiento, de los dos turnos y algunos hasta de distintos planteles del colegio y lo han dado de manera generosa por lo cual es difícil mencionar a veces de donde sacamos las ideas.


Síntesis y su objetivo del material.

Siempre he seguido fielmente los lineamientos del Colegio principalmente realizando preguntas interesantes las cuales me lleven a investigar, a ser creativo, claro la mayoría de las veces enfocado en mis gustos como el ajedrez, las matemáticas y la computación, hay veces que mis ideas parecen muy descabelladas, pero en general las uso de pretexto para motivar el aprendizaje en los compañeros y los alumnos, de antemano se que los temas no son del agrado de todos pero al llevar las ideas a ese nivel, se requiere un mínimo de atención, ya que lo importante en las analogías, un pretexto para ver de otra manera algo que puede parecer solamente algorítmico.

El objetivo de la siguiente secuencia es abordar de manera inicial el aprendizaje de identidades trigonométricas. Y poderlo relacionarlo con ejercicios que a veces parecen solamente algorítmicos.



NOMBRE DE LOS PROFESORES DE EQUIPO 4	Teodora Hernández Máximo Juan Manuel Ignacio Álvarez Sergio Lázaro González Gregorio López Arvizu Liber A. Mass Zuñiga Adrián Zacarías Jiménez
NIVEL ACADÉMICO Y SUBSISTEMA O DISCIPLINA	Bachillerato. Colegio de Ciencias y Humanidades Naucalpan
ASIGNATURA	Matemáticas III, tercer semestre.
UNIDAD TEMÁTICA Y CONTENIDOS	Unidad 1. Elementos de trigonometría
POBLACIÓN	Alumnos de 3er semestre de bachillerato (edades promedio de 16 a 18 años)
DURACIÓN	2 hrs
PROPÓSITOS	Del curso y descritos en el programa de Estudios correspondientes a la Unidad 1 del Programa de Estudios de Matemáticas III Al finalizar, el alumno: Utilizará las identidades trigonométricas, así como las leyes de senos y cosenos mediante la resolución de problemas en distintos contextos que involucren triángulos con la finalidad de construir conocimientos que serán empleados en asignaturas posteriores

	<p>Es necesario señalar en forma específica los siguientes propósitos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Comprende la deducción de algunas identidades trigonométricas. ● Comprender la necesidad de aplicar las identidades trigonométricas. ● Utilizar las leyes de seno y coseno ● Resolución de problemas en distintos contextos que involucren triángulos. ● Construir conocimientos que serán empleados en su vida profesional. ● Conocer documentos históricos que son fundamentales en el desarrollo de las identidades trigonométricas.
<p>HABILIDADES A DESARROLLAR</p>	<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Utiliza conocimientos previos de Trigonometría. ● Deduce las identidades trigonométricas fundamentales de un triángulo rectángulo. ● Garantiza la retención de las identidades. ● Da solución a los ejercicios propuestos que involucren las identidades. ● Aplica leyes
<p>INTRODUCCIÓN</p>	<p>Actividad 1</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Examen diagnostico (30 min) ● Video https://youtu.be/PbvKVSWyvpI (15 min) <div data-bbox="789 1293 1052 1549" style="text-align: center;">  <p>Identidades Trigonométricas Introducción Explicación de que es una identidad trigonométrica partiendo del concepto de youtube.com https://youtu.be/PbvKVSWyvpI 5:49 p. m.</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ● Plenaria por parte del profesor relacionado al video (15 min)

¹ Programa de Estudios Matemáticas I-IV, UNAM, Colegio de Ciencias y Humanidades

--	--

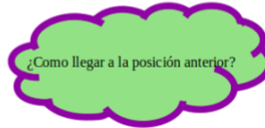
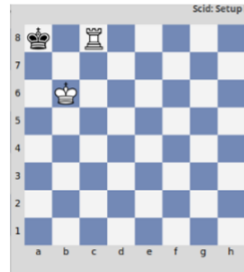
DESARROLLO

- El profesor, con la participación de los alumnos, deduce las identidades trigonométricas fundamentales de un triángulo rectángulo.
- Para garantizar la retención de tales identidades, el profesor propone ejercicios tipo, que involucren tales identidades

Actividad 2. (min)

Se plantea el siguiente **Ejemplo 1:**

Imágenes propias realizadas con Software SCID.



$$\begin{aligned} \text{Sen}(\Omega) &= \frac{CO}{hip} \\ \text{cos}(\Omega) &= \frac{CA}{hip} \\ \text{tan}(\Omega) &= \frac{CO}{CA} \\ \text{Cotan}(\Omega) &= \frac{CA}{CO} \\ \text{Csc}(\Omega) &= \frac{hip}{CA} \\ \text{Sec}(\Omega) &= \frac{hip}{CO} \end{aligned}$$

Ejemplo matemático:
 $(2x+1)(2x-1)=4x^2-1$

Ecuación trigonométrica:

$$(2(\text{sen}(7^\circ))+1)(2\text{sen}(7^\circ)-1)=4(\text{sen } 7^\circ)^2-1$$

Uso de la memoria para recordar identidades trigonometricas basicas:

- a) “CO CA CO CA HIP HIP y de regreso”.
- b) “CO CA CO CA HIP HIP y se van de CA-CO para ir por mas CO CA y ponerse bien HIP HIP”

Eje

Ejemplos de identidades trigonométricas tomadas de (Dolciani P.421)

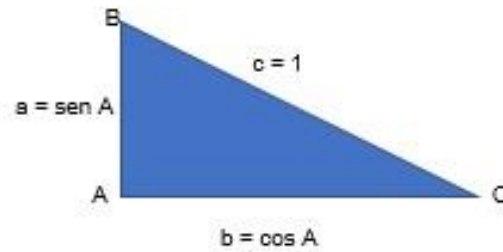
Ejercicio2.-

Para el profesor:

Puede revisar si lo considera conveniente el siguiente resultado

Relaciones pitagóricas

Tenemos un triángulo rectángulo, a la hipotenusa le damos un valor de 1;



la función $\text{sen } A = a/c$ pero como $c = 1$

$$\text{sen } A = \frac{a}{1} \therefore a = \text{sen } A$$

O sea el lado $a = \text{sen } A$

$$\text{cos } A = \frac{b}{c}$$

Como $c = 1$

$$\text{cos } A = \frac{b}{1} \therefore b = \text{cos } A$$

Aplicando el teorema de Pitágoras en la figura tenemos que

$$\text{sen}^2 A + \text{cos}^2 A = 1$$

La identidad $\text{sen}^2 A + \text{cos}^2 A = 1$ se conoce como identidad fundamental si dividimos los términos de esta identidad entre $\text{cos}^2 A$ queda:

$$\frac{\text{sen}^2 A}{\text{cos}^2 A} + \frac{\text{cos}^2 A}{\text{cos}^2 A} = \frac{1}{\text{cos}^2 A}$$

O sea que:

$$\tan^2 A + 1 = \sec^2 A$$

Si dividimos ahora la identidad entre $\text{sen}^2 A$, resulta

$$\frac{\text{sen}^2 A}{\text{sen}^2 A} + \frac{\text{cos}^2 A}{\text{sen}^2 A} = \frac{1}{\text{sen}^2 A}$$

O sea que:

$$1 + \cot^2 A = \csc^2 A$$

$$\cos \theta \cdot \csc \theta \tan \theta = 1$$

$$\tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \csc \theta$$

$$\sin \theta \cdot \cot \theta = \cos \theta$$

$$\tan A \cdot \cot A = \cos^2 A + \sin^2 A$$

$$\frac{\csc \theta}{\cot \theta} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}$$

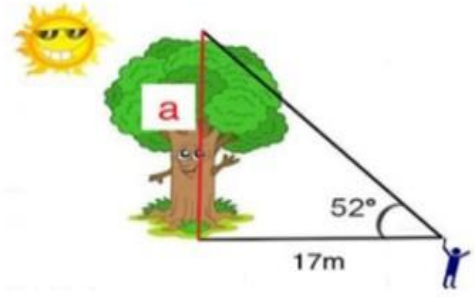
$$\frac{\csc \theta}{\sec \theta} = \cot \theta$$

$$\frac{\cot A}{\cos A} = \frac{1}{\sin A}$$

$$\sec \theta \cot \theta = \csc \theta$$

$$(\sec A - \tan A)(\sec A + \tan A) = 1$$

$$\frac{\sin \theta}{\csc \theta} + \frac{\cos \theta}{\sec \theta} = 1$$

<p>CIERRE</p>	<p>Actividad 4 (min)</p> <p>Ayuda al sol a encontrar la razón trigonométrica con la cual se podría calcular la altura del árbol la altura.</p> 
<p>MATERIALES</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Computadora, Celular, Tablet 2. Software y plataformas educativas: Software para trazos geométricos (Geogebra), Teams, Zoom. 3. Pizarra 4. Borrador y marcadores 5. Calculadora 6. Cuaderno 7. Hojas 8. Regla y compás
<p>ACTIVIDADES ADICIONALES</p>	<p>Ejercicio previo o de introducción.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dejar una tarea previa de investigación sobre lo que significa identidades trigonométricas y plantear las preguntas siguientes en el alumno:

	<ul style="list-style-type: none"> • Leer un documento relativo a las: “Triángulos, seno y tangentes” anexo 2
--	--

<p>BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA PARA EL PROFESOR</p>	<p>Básica:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ayres, F. Jr, Trigonometría Plana y Esférica. Mc graw–Hill / Interamericana de México. 2. De Oteysa, E. et al. (2007). Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y geometría Analítica. México: Pearson educación. 3. Fuenlabrada, S. (2000). Geometría Analítica. México: Mc graw–Hill. 4. Hirsch, C. Schoen, H. (1987). Trigonometría conceptos y aplicaciones. Edit Mc graw–Hill. 5. Holliday, B. et al. (2002). Geometría Analítica con Trigonometría. México: Mc graw–Hill. 6. Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica, México: Limusa. 7. Morales, H. y Molina, A. (2002). Matemáticas III, México: Trillas. 8. Rees, P. & Sparks, F. (1984). Trigonometría. México: Reverté. 9. Ruiz, Basto Joaquín (2005). Geometría Analítica. México: Grupo Patria Cultural, S.A. de C.V. 10. Swokowski, E. Cole, J. (2011). Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. (13ª ed.) México: Cengage Learning. <p>Además de la sugerida en el Programa de Estudios:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Dolciani, Mary. <i>álgebra moderna y trigonometría 2</i>. México, Publicaciones Cultural, 1967. 2. Guzman Herrera Abelardo, <i>Geometria y Trigonometría</i>, Publicaciones Cultural, 1990
<p>EVALUACIÓN</p>	<p>Tarea:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cuáles son las 8 identidades trigonométricas? 2. ¿Cuántas identidades trigonométricas hay? 3. ¿Cómo se clasifican las identidades trigonométricas? 4. ¿Cuáles son las identidades trigonométricas Pitagóricas? 5. Realizar un mapa conceptual de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo

ANEXOS:

Anexo 1

Evaluación diagnóstica

1-En el triángulo rectángulo rectángulo de la figura lateral $a=24$ y $b=7$. Determina

Sen A	
Cos A	
Tan A	
La medida el ángulo A	
Cot A	
Sec A	
Cosec A	
La medida del ángulo B	

B

a c

C b A

Hallar el valor de las funciones trigonométricas

Sen 40°	
Cos $50^\circ 45' 30''$	
Tan $20^\circ 15' 4''$	
Cot 65°	
Sec 50°	
Cosec 25°	

Anexo 2

Triángulos, seno y tangentes