ESTADISTICA Y PROBABILIDAD II

PROBABILIDAD BINOMIAL

https://images.app.goo.gl/XvBco8JcyKp1tPJ27

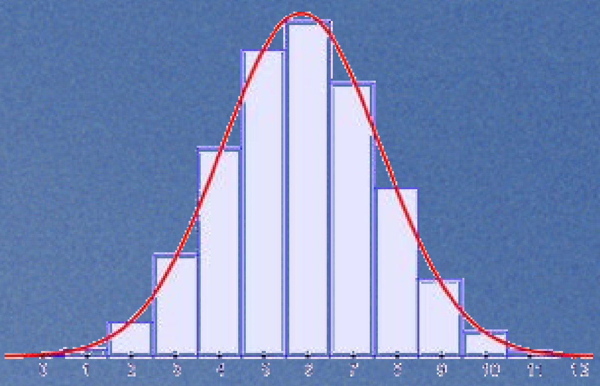
DEFINICIÓN

La probabilidad binomial es una distribución de probabilidad discreta que cuenta el numero de éxitos en una secuencia de "n" ensayos de Bernoulli independientes entre sí, con una probabilidad fija "p" de ocurrencia del éxito entre los ensayos.

LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

El termino de la distribución binomial se utiliza para designar situaciones en las que los resultados de una variable discreta se pueden agrupar en dos categorías. Las categorías deben ser mutuamente excluyentes, por lo que no es posible obtener ningún otro resultado, es decir las respuestas sólo deben contener dos respuestas el éxito y el fracaso.

https://images.app.goo.gl/A22SR4u5AVrZAix38



https://images.app.goo.gl/yuNubAaBM5Ec2JQ8A

PROPIEDADES

- **Repetición de "n" ensayos.**
- **Cada ensayo es independiente de los demás.**
- **En cada ensayo existe el "éxito" (p) y el "fracaso "fracaso" (q) como únicos resultados.**
- **En cada ensayo la probabilidad no cambia**
- **El número de éxitos se identifica con la variable aleatoria x.**

ALGORITMO MATEMÁTICO

$$P(x,n,p) = {}_nC_x \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

donde:

P = probabilidad

x = numero de exitos

n = numero de ensayos

p = probabilidad de exito en cada ensayo

q = probabilidad de fracaso en cada ensayo

https://images.app.goo.gl/2uxVyMfsb2bQ2ihL7

$$\frac{n!}{x!\,(n-x)!}\; p^x (1-p)^{n-x}$$

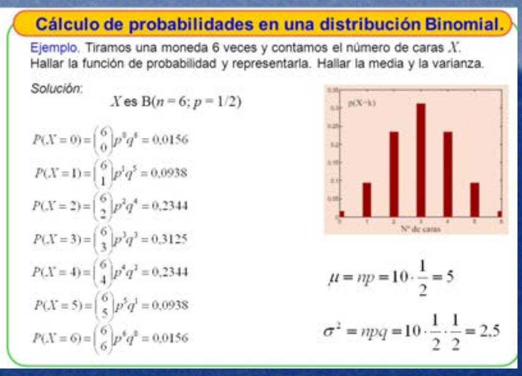
n = número de pruebas; x = número de éxitos; p = probabilidad de éxitos

$n = 10$; $x = 5$; $p = 0.55$

$$\frac{10!}{5!\,(10-5)!}\; 0.55^5 (1-0.55)^{10-5}$$

https://images.app.goo.gl/NCy1nQ8yZ17SB8rX9

EJEMPLO Y GRÁFICA



Cálculo de probabilidades en una distribución Binomial.

Ejemplo. Tiramos una moneda 6 veces y contamos el número de caras X. Hallar la función de probabilidad y representarla. Hallar la media y la varianza.

Solución:

X es $B(n=6; p=1/2)$

$P(X=0)=\binom{6}{0}p^0q^6=0{,}0156$

$P(X=1)=\binom{6}{1}p^1q^5=0{,}0938$

$P(X=2)=\binom{6}{2}p^2q^4=0{,}2344$

$P(X=3)=\binom{6}{3}p^3q^3=0{,}3125$

$P(X=4)=\binom{6}{4}p^4q^2=0{,}2344$

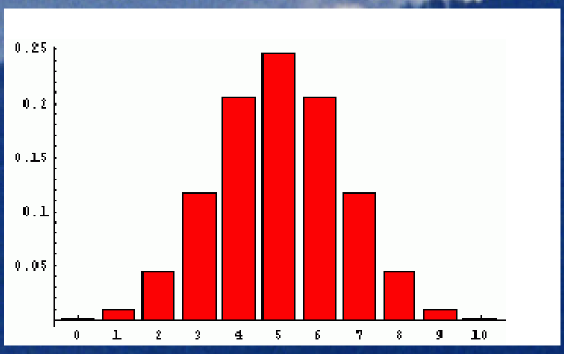
$P(X=5)=\binom{6}{5}p^5q^1=0{,}0938$

$P(X=6)=\binom{6}{6}p^6q^0=0{,}0156$

$\mu = np = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$

$\sigma^2 = npq = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2{,}5$

https://images.app.goo.gl/wuwv7AXorQUZ5kCP6



https://images.app.goo.gl/b1v9zVjF6NAKG316A

CONCLUSIÓN

- **La probabilidad se puede determinar a través del método empírico.**
- **La distribución binomial permite determinar probabilidades de variables que son dicotomícas.**
- **Para muestras: n > 30, la curva de distribución binomial y normal expresan propiedades equivalentes**

https://images.app.goo.gl/Tje9HCL4dD23FC8K9

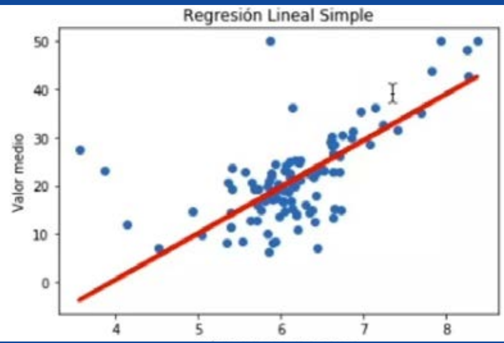
Triola, M. (2009). Estadística, décima edición. México; Pearsp Addison Wesley
Chao, L- (1989). Introducción a la estadística. México; CECSA

Autor: Aquilino Zecua Fernandez

Universidad Nacional Autónoma de México
Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan
Programa Institucional de Asesorías

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD I

REGRESIÓN LINEAL SIMPLE



https://images.app.goo.gl/VP64eGL5dpgSj4mz8

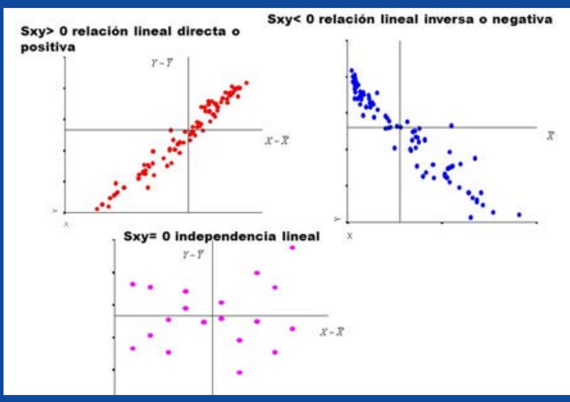
DEFINICIÓN

Es una técnica estadística que establece una ecuación para estimar el valor desconocido de una variable, a partir del valor conocido de otra variable, (en vez de valores de muchas otras variables) se denomina análisis de regresión simple.".

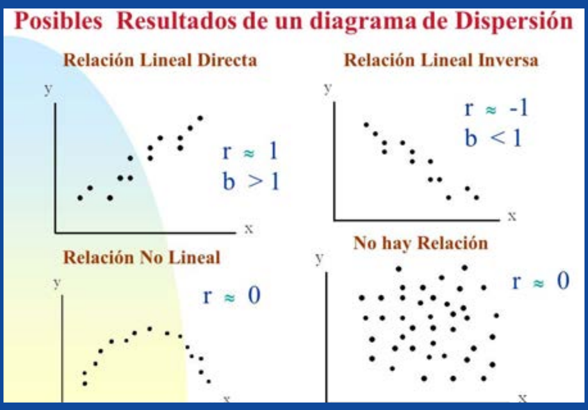
Por lo tanto el análisis de regresión lineal simple, es el proceso general de predecir una variable (Y) a partir de otra (X). Las relaciones entre las variables pueden ser directas o también inversas.

REGRESIÓN DIRECTA E INVERSA

Relación directa: la pendiente de esta línea es positiva, por que la variable Y crece a medida que la variable X también lo hace.
Relación inversa: La pendiente de esta línea es negativa, por que a medida que aumenta el valor de la variable Y, el valor de la variable X disminuye.



https://images.app.goo.gl/p8NP6VUhHG9tGYxu8



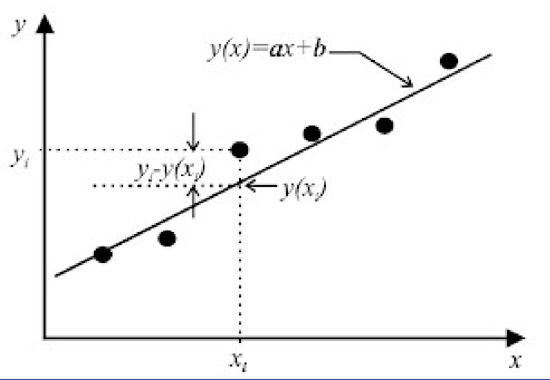
https://images.app.goo.gl/yuNubAaBM5Ec2JQ8A

DIAGRAMAS DE DISPERSIÓN

Un diagrama de dispersión es una ilustración gráfica que se usa en el análisis de regresión. Consta de una dispersión de puntos tal que cada punto representa un valor de la variable independiente (medido a lo largo del eje horizontal), y un valor asociado de la variable dependiente (medido a lo largo del eje vertical).

MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

El método que por lo común se utiliza para ajustar una línea a los datos muestrales indicados en el diagrama de dispersión, se llama método de mínimos cuadrados. La línea se deriva en forma tal que la suma de los cuadrados de las desviaciones verticales entre la línea y los puntos individuales de datos se reduce al mínimo.



htthttps://images.app.goo.gl/r2MMuY6YjY9rqNrE7

ECUACIONES DE REGRESIÓN LINEAL

PRINCIPIO DE MÍNIMOS CUADRADOS

FORMULAS

$$Y` = a + bX$$

PENDIENTE DE LA LÍNEA DE REGRESIÓN $b = \frac{n(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{n(\sum X^2) - (\sum X)^2}$

PUNTO DONDE SE INTERCEPTA CON EL EJE Y $a = \frac{\sum Y}{n} - b\frac{\sum X}{n}$

1

https://images.app.goo.gl/5T579eJKn5TgxTg2A

El método de mínimos cuadrados sirve para determinar la recta que mejor se ajuste a los datos muestrales, y los supuestos de este método son:

- **El error es cero.**
- **Los datos obtenidos de las muestra son estadísticamente independientes.**
- **La varianza del error es igual para todos los valores de X.**

Una línea de regresión calculada a partir de los datos muestrales, por el método de mínimos cuadrados se llama línea de regresión estimada o línea de regresión muestral.

EJEMPLO

Es un modelo matemático para predecir el efecto de una variable sobre otra, ambas cuantitativas.

Una variable es la dependiente y otra la independiente

Se grafica con el diagrama de dispersión.

Dice **cómo** es la relación entre las dos variables.

El análisis consiste en encontrar la "mejor" línea recta de esos puntos.

https://images.app.goo.gl/FcphV56YFtqTGHMv5

	X	Y	X²	Y²	X*Y
	0	4,75	0	22,6	0
	1	4,6	1	21,2	4,6
	2	4,4	4	19,4	8,8
	3	4	9	16,0	12
	4	3,85	16	14,8	15,4
	6	3,5	36	12,3	21
	7	3,1	49	9,6	21,7
	9	3	81	9,0	27
	15	2,5	225	6,3	37,5
	22	2	484	4,0	44
Σ=	69	35,7	905	135,0	192

$$b = \frac{N\sum XY - \sum X \sum Y}{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2} = \frac{(10)(192) - (69)(35.7)}{(10)(905) - (69)^2} = -0.13$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} = 3.57 - (-0.13)(6.9) = 4.43$$

https://images.app.goo.gl/tGZ3YDUXhmT4QDNeA

http://asesorias.cuautitlan2.unam.mx/Laboratoriovirtualdeestadistica/CARPETA%203%20INFERENCIA_ESTADISTICA/DOC_%20INFERENCIA/TEMA%204/09%20REGRESION%20Y%20CORRELACION%20LINEAL%20SIMPLE.pdf
Triola, M. (2009). Estadística, décima edición. México; Pearsp Addison Wesley
Chao, L- (1989). Introducción a la estadística. México; CECSA

Autor: Aquilino Zecua Fernández

Universidad Nacional Autónoma de México
Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan
Programa Institucional de Asesorías

FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

MATEMÁTICAS IV

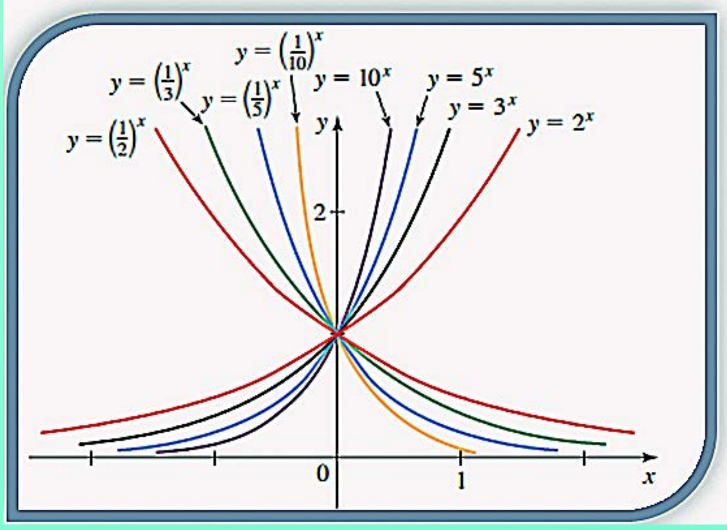
DEFINICIÓN

La función exponencial con base a está definida para todos los números reales x por $f(x) = a^x$ $donde\ a > 0\ y\ a \neq 1$

Dominio: Todos los reales

Rango: $(0, \infty)$

La recta y=0 (el eje x) es una asíntota horizontal de la función



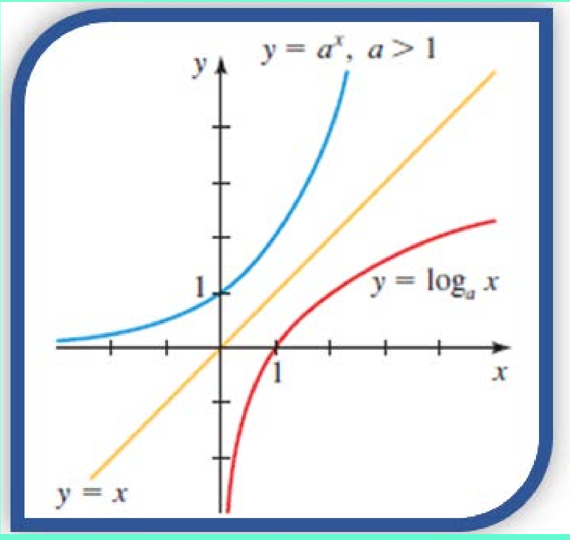
DEFINICIÓN

La función logarítmica con base a, esta definida por $f(x) = \log_a x = y \leftrightarrow a^y = x$ donde a un número positivo con $a \neq 1$.

Dominio: $(0, \infty)$

Rango: Todos los reales

El eje y es una asíntota vertical



Propiedades de logaritmos

$$\log_a 1 = 0$$
$$\log_a a = 1$$
$$\log_a a^x = x$$
$$a^{\log_a x} = x$$

Leyes de los logaritmos

Sea a un número positivo, con $a \neq 1$
Sea A, B y C números reales cualesquiera con A>0 y B>0

$$\log_a(AB) = \log_a A + \log_a B$$
$$\log_a\left(\frac{A}{B}\right) = \log_a A - \log_a B$$
$$\log_a(A^c) = c \log_a A$$

Aplicación

Las funciones exponenciales son apropiadas para modelar el crecimiento poblacional para los seres vivos, desde bacterias hasta elefantes.

Las funciones logarítmicas son apropiadas para modelar la intensidad de los terremotos (escala de Richter), balance de pH (una medida de acidez y alcalinidad) en química.

Elaboro: Blanca Elizabeth Cruz Estrada

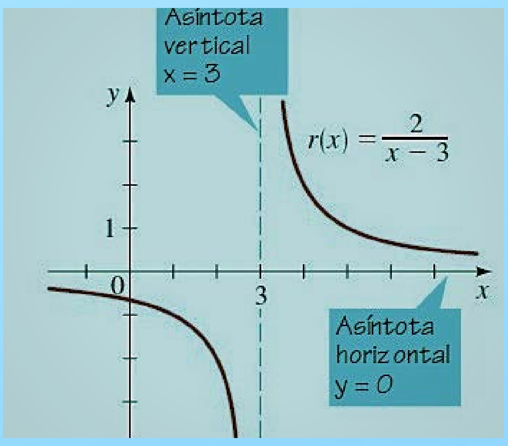
James Stewart, 2001 Precálculo. Sexta Edición 2012

FUNCIÓN RACIONAL

MATEMÁTICAS IV

Sean $N(x)$ y $D(x)$ funciones polinomiales con $D(x) \neq 0$, entonces la función dada. Es una función racional

$$f(x) = \frac{N(x)}{D(x)} = \frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1}x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0}$$



El rango corresponde a la variable dependiente

El dominio de una función racional es el conjunto de todos los números reales, excepto aquellos para los que el denominador es cero

Asíntota vertical

Encuentra los ceros del denominador
Al resolver la ecuación
D(x)=0

Asíntota horizontal

Se determina al comparar los grados del los polinomios N(x) y D(x)

Si $n < m$, la gráfica de f tiene la recta $y = 0$ (el eje x) como asíntota horizontal.

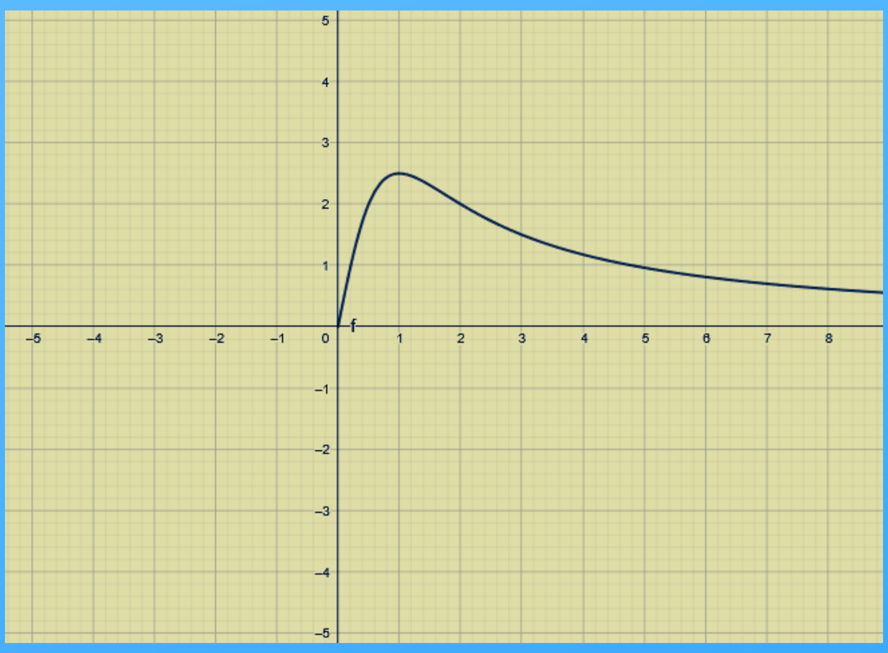
Si $n = m$, la gráfica de f tiene la recta $y = \frac{a_n}{b_m}$ (razón entre los coeficientes principales) como asíntota horizontal.

Si $n > m$, la gráfica de f no tiene asíntota horizontal.

APLICACIÓN

Se monitorea la concentración de fármacos en el torrente sanguíneo de un paciente al que le fueron administrados fármacos en el instante t>=0 (en horas desde la administración del fármaco), la concentración en (mg/L) Se determina.

$$c(t) = \frac{5t}{t^2 + 1}$$



Dominio: $[0,\infty)$
Rango: $[0,2.5]$

Elaboro: Blanca Elizabeth Cruz Estrada

James Stewart, 2001 Precálculo. Sexta Edición 2012
Gráfico construido en Geogebra 2019

Universidad Nacional Autónoma de México
Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan
Programa Institucional de Asesorías

DISTRIBUCIÓN NORMAL DE PROBABILIDAD

Estadística y Probabilidad II

Una variable aleatoria continua sigue una distribución normal si su función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Características

- Distribución simétrica con Media 0 y desviación estándar de 1

- Es asintótica, es decir que los extremos de la curva nunca tocan al eje X

- Distribución con variable aleatoria continua (Z)

- El área bajo la curva normal es igual a 1

- La desviación estándar determina que tan plana o ancha es la curva normal

Referencias:

https://portalacademico.cch.unam.mx/alumno/sitiosdeinteres/matematicas/estadistica2

Scan me

Elaboró: Daniel Cedillo Rivera

Universidad Nacional Autónoma de México
Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan
Programa Institucional de Asesorías

ESTADISTICA DESCRIPTIVA

VERSUS

ESTADÍSTICA INFERENCIAL

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD I

Estadística Descriptiva es la más conocida por la mayoría y como su nombre lo indica, su objetivo es describir. En este caso se usan medidas numéricas para analizar datos y llegar a conclusiones a partir de ellos.

Estadística Inferencial se encarga del estudio de las muestras estadísticas. A partir del análisis de dichas muestras, se puede inferir, estimar o determinar conclusiones a partir de la muestra de una población.

Características o elementos de la estadística descriptiva son:

- El promedio: o medida de tendencia central que resulta del cálculo de la sumatoria de todos los datos de una variable dividido entre el número de datos que contenga la misma.
- Dispersión: tiene que ver con la distancia o diferencia que hay entre cada valor de la variable y el promedio de la misma.
- Medida de asimetría y curtosis.
- Presentaciones de resultados estadísticos en forma de gráficos.

Características o elementos de la Estadística Inferencial son:

- La estimación de intérvalos de confianza: que es un rango de valores para un parámetro desconocido a través de la medida de la muestra tomada de una población.
- Prueba de significancia o prueba de hipótesis: consiste en poner a prueba las afirmaciones que se hacen acerca de una población a partir de la medida de la muestra.

Referencias:
Mendenhall, W. Beaver, R. Beaver, B. (2010). Introducción a la probabilidad y estadística. México: Cengage Learning Editores.
Imágenes:
Canva elementos,
https://www.canva.com/design/DADcq_IikVI/qobMGUmpzA0B0nXPe6O3zQ/edit?category=tACFahzNhT4

Elaboró: Daniel Cedillo Rivera

Universidad Nacional Autónoma de México
Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan
Programa Institucional de Asesorías

Resolviendo una Ecuación Cuadrática usando

Fórmula General

https://bit.ly/2Wzwkje

Primero transforma la ecuación a la forma estándar

$$ax^2 + bx + c = 0$$

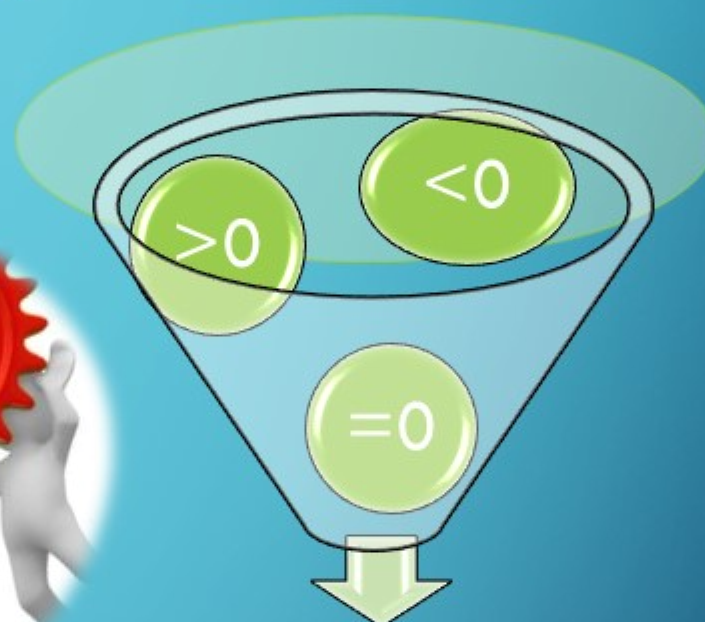
Identifica los coeficientes, *a*, *b,* y *c.* Ten cuidado de incluir los signos.

Con el discriminante es posible saber el tipo de solución que obtendrás

$$b^2 - 4ac$$

Discriminante

http://cort.as/-JPa2



2 raíces reales >0

Se repiten las raíces =0

No tiene solución real <0

- **Simplifica lo más posible.**
- **Usa el ± enfrente del radical para separar la solución en dos valores: uno en el que la raíz cuadrada se suma, y el otro donde la raíz cuadrada se resta.**
- **Simplificar ambos valores para obtener las posibles soluciones.**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Elabora M. en C. Gerardo Ignacio Alvarez

Bibliografía

Earl W. Swokowski, Jeffery A.Cole. (2017). Precálculo, Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica . México: Cengage.

Universidad Nacional Autónoma de México
Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan
Programa Institucional de Asesorías

Clasificación de funciones polinomiales

Una función polinomial es de la forma:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x^1 + a_0$$

Donde:

$$a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_0 \in R$$

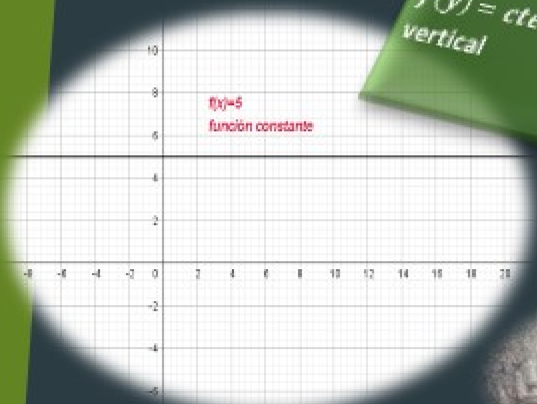
n **es un número entero positivo**

Entre las funciones polinomiales se pueden encontrar: las funciones constantes, las funciones lineales, las funciones cuadráticas, las funciones cubicas

Función contante

$f(x) = cte$ representará una línea horizontal

$f(y) = cte$ representará una línea vertical



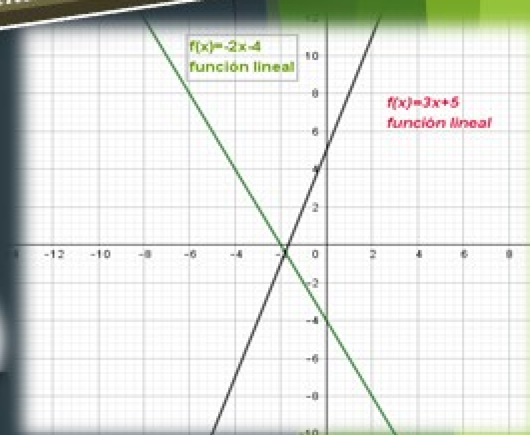
http://cort.as/-JPb-

Función lineal

$f(x) = mx + b$

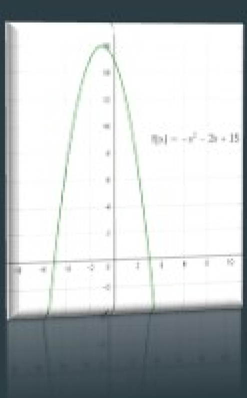
representará una línea

$\begin{cases} \text{inclinada a la derecha si } m > 0 \\ \text{inclinada a la izquierda si } m < 0 \end{cases}$



http://cort.as/-JPbO

Función cuadrática



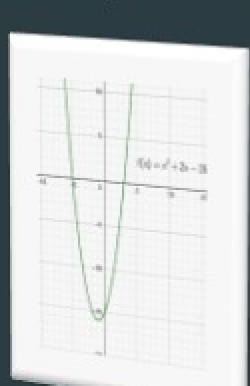
http://cort.as/-JPbd

$f(x) = ax^2 + bx + c$

representará una curva

$\leftarrow$ Abre hacía arriba si $a > 0$

Abre hacía abajo si $a < 0$ $\rightarrow$



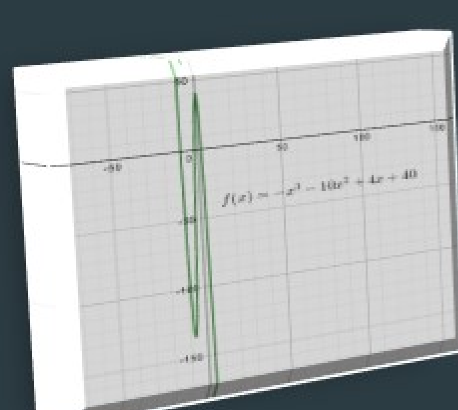
Función cubica

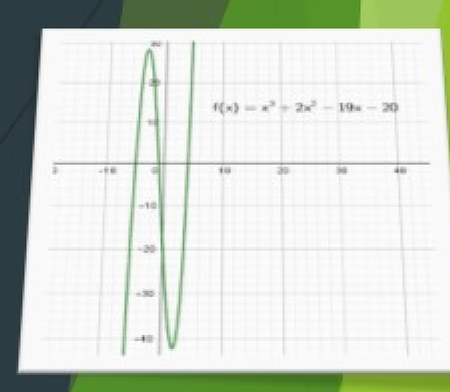
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

representará una curva que inicia

desde abajo si $a > 0$

desde arriba si $a < 0$





Elabora M. en C. Gerardo Ignacio Alvarez

Bibliografía

Earl W. Swokowski, Jeffery A.Cole. (2017). Precálculo, Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica . México: Cengage.

Markus Hohenwarter . (2001). *Geogebra*. Recuperada en mayo 15, 2019, https://www.geogebra.org/

Universidad Nacional Autónoma de México
Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan
Programa Institucional de Asesorías

ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Matemáticas II

https://bit.ly/2wwNNcY

DEFINICIÓN

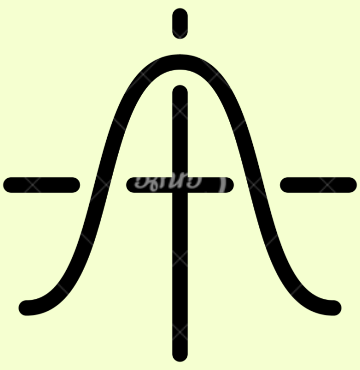
La función cuadrática es una función polinomial de la forma $y = ax^2 + bx + c$, donde a, b, c y x $\in$ R con $a \neq 0$

$\in$= Están dentro R= Números reales

GRÁFICA

La función cuadrática representa una parábola, la cual puede ser cóncava hacia arriba o hacia abajo, depende del coeficiente del término cuadrático.

Si $a > 0$, entonces la parábola es cóncava hacia arriba



Si $a < 0$, entonces la parábola es cóncava hacia abajo

VÉRTICE

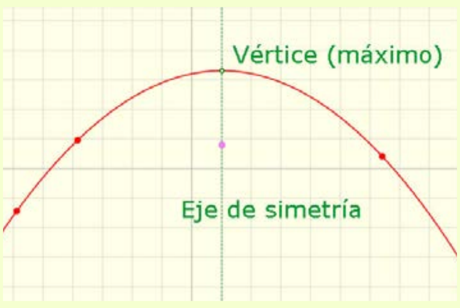
Si $a > 0$, el vértice de la parábola tiene un valor mínimo

Es el punto donde la parábola cruza el eje de simetría y su valor es máximo o mínimo.

fórmula V(h,k)

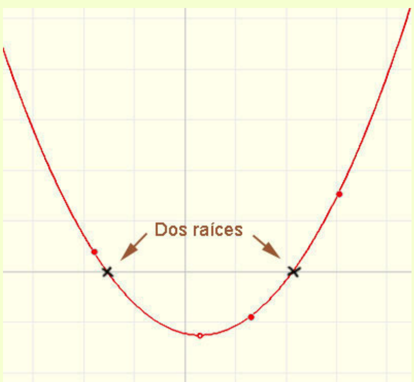
h,k= coordenadas de vértice

$$h = \frac{-b}{2a} \quad ; \quad k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$



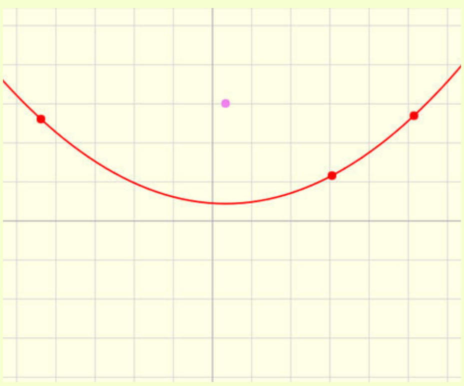
Si $a < 0$, el vértice de la parábola tiene un valor máximo

RAÍCES DE LA FUNCIÓN



Si la gráfica interseca al eje X en 2 puntos, éstos se conocen como soluciones o raíces de la ecuación.

Cuando la parábola sólo toca en un punto al eje de x, la ecuación únicamente tiene una raíz cuyo valor es $-b/2a$.



En caso de que la función no interseque al eje de las X, entonces las raíces no son reales

Referencias:
*Aguilar, A. Valapai, F.. (2009). Matemáticas Simplificadas. México: Prentice Hall.
Imágenes recuperadas de:
*http://www.matematicasvisuales.com/html/analisis/polynomial/quadratic.html
*Canva elemntos, https://www.canva.com/design/DADbQS-YRvc/U5aUpLfIMArXKrKd5p3Lug/edits

Elaboró: José Iván Díaz Moya

Universidad Nacional Autónoma de México
Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan
Programa Institucional de Asesorías

Hoja Electrónica de Cálculo (HEC)

REFERENCIAS EN FÓRMULAS Y FUNCIONES

Taller de Cómputo

Tipos de referencias.

REFERENCIA DE CELDA Y RANGOS.

Se refiere a la ubicación de las celdas mediante los nombres de las filas y las columnas, se pueden incluir una o varias celdas de una Hoja Electrónica de Cálculo.

	A	B	C	D
1				
2				
3	N.	Cantidad	Costo	
4	1	12	54	
5	2	54	212	
6	3	21	20	
7	4	21	4	
8	5	212	6	
9	6	25	91	
10	7	221	63	
11	8	487	12	
12				
13		=suma(C4:C11		
14		SUMA(número1; [número2]; ...)		
15				

REFERENCIA RELATIVA

=D5*E5

B	C	D	E	F
Producto	Cantidad	Precio	Costo	Iva
Hojas de papel	50	200	10000	=D5*E5
Tinta de impresora	6	1200	7200	
Engrapadora	30	232	6960	
Teclado	15	500	7500	
Carpetas	100	700	70000	
Cuaderno	500	120	60000	
Iva =	16%			

De forma predeterminada las referencias en la HEC son relativas y están relacionadas con la posición de la fórmula, cuando se copia, se ajusta automáticamente su posición en la columna y en la fila

Ejemplo:

Las referencias de celda en una fómula =D5*E5 cambian por =D6*E6, =D7*E7 y así sucesivamentete

REFERENCIA ABSOLUTA

Son referencias precedidas por el signo $ y se utilizan cuando se requiere mantener un valor fijo de una celda, aun después de ser copiada no se ajustan, siempre se refieren a la misma celda

A7 → **A7**

Referencia relativa — Referencia absoluta

C8 =(C2*B8)+C3

	A	B	C	D	E
1					
2		m=	5		
3		b=	-6		
4					
5		y=mx + b			
6					
7		X	Y		
8		-3	-21		
9		-2	-16		
10		-1	-11		
11		0	-6		
12		1	-1		
13		2	4		
14		3	9		

REFERENCIAS MIXTAS

SUMA =D8*B12

	A	B	C	D	E
1					
2					
3	Producto	Cantidad	Precio	Sub total	Iva
4					
5	Hojas de papel	50	200	10000	1600
6	Tinta de impresora	6	1200	7200	1152
7	Engrapadora	30	232	6960	1113.6
8	Teclado	15	500	7500	=D8*B12
9	Carpetas	100	700	70000	0
10	Cuaderno	500	120	60000	0
11					
12	Iva =	16%			

$A7 → Referencia mixta - Columna fija

A$7 → Referencia mixta - Fila fija

Son referencias de celda donde es posible fijar los valores de las columnas o los valores de las filas únicamente.

Si queremos fijar solamente la columna, anteponemos el símbolo “$” a la letra de la columna y dejamos la fila sin dicho símbolo. Si deseamos fijar solamente la fila, entonces anteponemos el símbolo “$”al número de la fila.

Bibliografía:

Ferreyra, G. (2011). Informática paso a paso. México, Alfaomega.

Imágenes:

https://exceltotal.com/referencias-en-excel/

ELABORÓ: JOSÉ IVÁN DÍAZ MOYA

Universidad Nacional Autónoma de México
Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan
Programa Institucional de Asesorías