Programa de Apoyo al Egreso (PAE)

Cuarderno de Trabajo

Física II

Elaboraron:
Jacobo López Suárez
Salvador Gómez Moya
Ricardo Monroy Gamboa
Federico Ortiz Trejo
José Iván Díaz Moya
Óscar González Déciga

Coordinador:
Salvador Gómez Moya

2020

Índice general

I Unidad 1
Electromagnetismo: principios y aplicaciones **7**

1. Fuerza eléctrica **9**
1.1. Carga eléctrica y estructura de la materia . . . 10
1.1.1. Cuantización de la carga . . . 10
1.1.2. Formas de cargar eléctricamente un cuerpo . . . 11
1.2. Ley de Coulomb . . . 12
1.3. Campo eléctrico . . . 16
1.3.1. Campo eléctrico de un carga puntual . . . 17
1.3.2. Líneas del campo eléctrico . . . 17

2. Potencial eléctrico **23**
2.1. Energía potencial eléctrica . . . 23
2.2. Potencial Eléctrico . . . 24
2.3. Potencial eléctrico provocado por una carga . . . 26
2.4. Diferencia de potencial eléctrico . . . 27
2.5. Relación del campo eléctrico y el potencial eléctrico . . . 28

3. Corriente eléctrica **31**
3.1. Tipos de materiales . . . 31
3.2. Corriente eléctrica . . . 32
3.3. Fuentes de voltaje . . . 33
3.4. Resistencia eléctrica . . . 33
3.4.1. Efectos de la temperatura sobre la resistencia . . . 34
3.5. Ley de Ohm . . . 35
3.5.1. Potencia eléctrica . . . 35
3.6. Circuitos eléctricos . . . 36
3.6.1. Circuito en serie . . . 36
3.6.2. Circuito en paralelo . . . 38
3.6.3. Circuito en serie y paralelo . . . 39

4. Campo magnético **45**
4.1. Campo magnético . . . 45
4.1.1. Experimento de Oersted . . . 47
4.2. Fuerza magnética . . . 48
4.2.1. Fuerza de Lorentz . . . 48
4.3. Fuerzas magnéticas sobre conductores con corriente eléctrica . . . 50
4.4. Fuentes de campos magnéticos . . . 51

4.4.1. Campo magnético debido a un largo alambre . . . 52
4.4.2. Campo producido en un solenoide . . . 53
4.5. Torca magnética . . . 55
4.6. Principio del motor eléctrico . . . 55
4.7. Teoría del magnetismo de una sustancia . . . 56
4.7.1. Teoría moderna del magnetismo en un imán . . . 56

5. Inducción magnética **59**
5.1. Flujo magnético . . . 59
5.2. Ley de Faraday . . . 60
5.3. Ley de Lenz . . . 61
5.4. Generador eléctrico . . . 63
5.4.1. Generador de corriente alterna o alternador . . . 63
5.4.2. Generador de corriente continua . . . 64
5.5. Resumen leyes de Maxwell . . . 65

II Unidad II
Fenómenos ondulatorios **67**

6. Ondas periódicas **69**
6.1. Características de las ondas . . . 70
6.2. Tipos de ondas . . . 72
6.3. Ondas mecánicas . . . 73
6.3.1. Ondas acústicas . . . 73
6.3.2. Ondas estacionarias . . . 74
6.4. Ondas electromagnéticas . . . 77
6.4.1. Producción de ondas electromagnéticas . . . 77
6.4.2. Espectro electromagético . . . 78
6.5. Fenómenos ondulatorios para ondas ondas electromagnéticas . . . 79
6.5.1. Reflexión . . . 79
6.5.2. Refracción . . . 79
6.5.3. Dispersión . . . 83
6.5.4. Interferencia . . . 83
6.5.5. Difracción . . . 85

III Unidad III
Introducción a la física moderna y contemporánea **89**

7. Teoría especial de la relatividad **91**
7.1. Dilatación del tiempo . . . 91
7.2. Contracción del longitud . . . 93
7.3. Cantidad de movimiento relativista . . . 94
7.4. Energía relativista . . . 95
7.4.1. Energía y cantidad de movimiento relativista . . . 96

8. Cuantización de la materia y la energía **99**
8.1. Radiación de un cuerpo negro . . . 99
8.2. Efecto fotoeléctrico . . . 102
8.3. Dualidad onda partícula . . . 104
8.3.1. Confirmación experimental de las partículas ondulatorias . . . 105
8.4. Modelo atómico de Bohr . . . 108
8.4.1. Espectros de absorción y emisión de gases . . . 108
8.4.2. Modelos tempranos del átomo y fracaso de la física clásica . . . 110
8.4.3. Átomo de Bohr . . . 111
8.4.4. Átomos hidrogenoides . . . 114

9. Radiactividad, radioisótopos, fisión y fusión nuclear **117**
9.1. Núcleo atómico . . . 117
9.1.1. Isótopos . . . 118
9.1.2. Unidad de masa atómica y energía en reposo . . . 118
9.1.3. Energía de enlace . . . 118
9.2. Fuerza fuerte . . . 120
9.3. Decaimiento alfa . . . 120
9.4. Decaimiento beta . . . 121
9.4.1. Decaimiento β^- . . . 121
9.4.2. Decaimiento β^+ . . . 122
9.5. Decaimiento gamma . . . 123
9.6. Radiactividad . . . 124
9.7. Fisión nuclear . . . 126
9.8. Fusión nuclear . . . 126
Referencias . . . 129

Parte I

Unidad 1
Electromagnetismo: principios y aplicaciones

Capítulo 1

Fuerza eléctrica

La electricidad es el estudio de una fuerza que a diferencia de la gravedad (*"fuerza de atracción entre masas"*), puede ser de atracción y de repulsión; esta fuerza crea una serie de fenómenos muy diversos, todos relacionadas entre sí, que veremos en este capítulo.

La causante de la fuerza eléctrica es un atributo de las partículas subatómicas, la llamada carga eléctrica. Esta fuerza de origen eléctrico se conoce desde los comienzos de la civilización, siendo los griegos quienes dejaron registro del fenómeno; observaron que al frotar ámbar con un trozo de lana, el ámbar atraía pequeños objetos, lo mismo pasaba con el vidrio al ser frotado con seda. Al poner en contacto el ámbar y el vidrio, una vez frotados con lana y seda, se atraen; no pasa lo mismo cuando dos trozos de ámbar se confrontan, en este caso la fuerza es repulsiva, lo mismo ocurre con las piezas de vidrio.

Al repetir el experimento con diversos materiales, se observó que los objetos se podían clasificar en dos grupos: aquellos que se cargan como el ámbar y los que se cargan como el vidrio. Los objetos del mismo grupo se repelen entre sí, mientras los de grupos deferentes se atraen. A estos grupos se les llamó de naturaleza resinosa y naturaleza vítrea.

Por muchos siglos, el interés por la electricidad quedó dormido, fue hasta los albores de la Revolución industrial que un renovado interés sobre la naturaleza de esta fuerza renació en la comunidad científica. El primero en bautizar a las cargas como positiva y negativa, fue el político e inventor estadounidense, Benjamin Franklin; lo hizo de manera arbitraria y es la nomenclatura que utilizamos hasta ahora.

El motivo para asignarlas *negativa* y *positiva*, fue el de describir un mundo donde el fenómeno se presenta como un desbalance de cargas, pero que en general siempre es neutro; al sumar las cargas de manera algebraica en un objeto el resultado es cero.

Las reflexiones de los primeros científicos se puede resumir en los siguiente principios de la electricidad:

1. Existen dos tipos de cargas: positivas y negativas.
2. Dos cargas positivas se repelen entre sí, al igual que dos cargas negativas. Una carga positiva y una negativa se atraen.
3. La suma algebraica de todas las cargas eléctricas en cualquier sistema cerrado es constante.

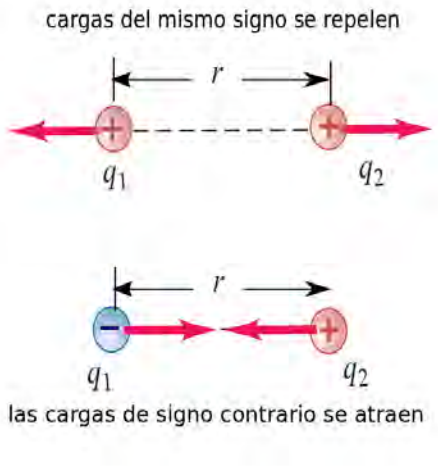


Figura 1.1: Fuerzas de atracción y repulsión entre cargas

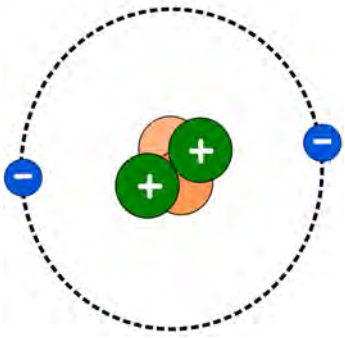
4. Ninguna carga eléctrica neta se puede crear o destruir.

5. Se asigna una nueva unidad para medir la cantidad de carga, y se le conoce como Coulomb [C].

1.1. Carga eléctrica y estructura de la materia

La carga eléctrica es una propiedad intrínseca de la materia, es decir, no depende de ninguna otra cosa para existir y es propia de la materia.

La teoría atómica señala que la materia posee un núcleo masivo formado por cargas positivas o *"protones"*, rodeado por partículas negativas bautizadas como *"electrones"*, con carga negativa.



En este modelo muy simplificado del átomo los electrones giran alrededor de un núcleo positivo, y pueden salir de sus órbitas; los electrones son los responsables de los fenómenos eléctricos a grandes escalas. Es importante señalar que la estructura electrónica de los átomos es en realidad mucho más complicada.

1.1.1. Cuantización de la carga

En el modelo atómico, los electrones son libres de moverse y son los responsables de que un objeto adquiera carga eléctrica. Que un objeto esté cargado eléctricamente significa que tiene exceso o deficiencia de electrones; si está cargado negativamente *"tiene una presencia mayor de electrones"*, y si esta cargado positivamente *"posee una carencia de electrones"*.

La carga eléctrica se dice que está cuantizada pues se presenta en múltiplos enteros de la unidad fundamental de carga, el electrón -e; la carga del protón +e, es igual a la del electrón, pero positiva. $e = 1.6 \times 10^{-19}$ [C].

El hecho de que electrón y protón posean la misma carga, explica por qué la materia es eléctricamente neutra, es decir, si sumamos algebraicamente la carga de los electrones y protones el resultado es cero. Un objeto está cargado solo si existe un desbalance entre el número de cargas presentes en un elemento.

Los estudios modernos sobre las cargas de un átomo indican que el electrón es un partícula fundamental, pero el protón está formado por combinaciones de otras partículas llamadas ***quarks*** *con cargas* $\pm\frac{1}{3}$ *y* $\pm\frac{2}{3}$ *de la carga de electrón.*

1.1.2. Formas de cargar eléctricamente un cuerpo

Los objetos adquieren carga eléctrica en tres diferentes procesos; por fricción, por contacto y por inducción:

- Por **fricción**: al frotar dos cuerpos estos pueden captar o ceder electrones, en función de esto quedan electrizados positivamente o negativamente.

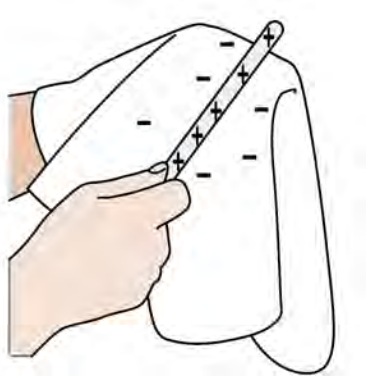


Figura 1.2: Vidrio adquiere carga al ser frotado por seda.

- Por **contacto**: Se puede cargar un cuerpo con sólo tocarlo con otro previamente cargado. En este caso, ambos quedan con el mismo tipo de carga, es decir, si toco un cuerpo neutro con otro con carga negativa, ambos quedaran cargados negativamente

- Por **inducción**: Cuando una barra cargada se acerca a dos conductores eléctricamente neutros (las esferas de la imagen), las cargas en su interior se redistribuyen, concentrándose las cargas de signo opuesto en la superficie más próxima a la barra, y las cargas de signo opuesta se alejan de la barra; al separar los conductores ambos quedan cargados con signo opuesto. La barra cargada nunca toca las esferas y conserva la misma carga que tenía.

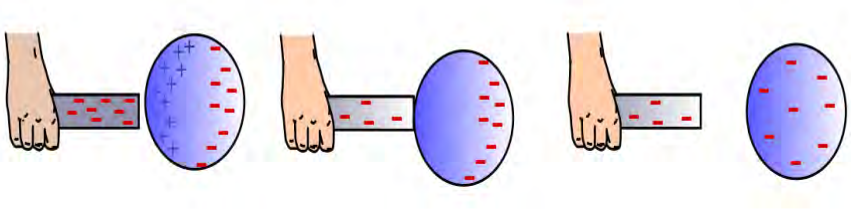


Figura 1.3: Cargar un objeto por contacto.

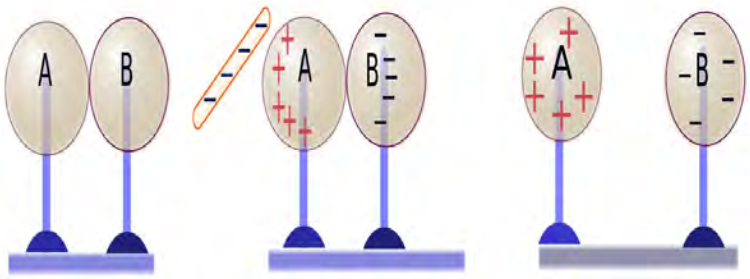


Figura 1.4: Dos objetos cargados por inducción.

1.2. Ley de Coulomb

Con la ley de Coulomb se puede calcular la fuerza eléctrica entre dos cargas, y se calcula como sigue:

$$\vec{F} = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \tag{1.1}$$

F = fuerza en [N]
$k = 9 \times 10^9 \left[\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right]$
q = valor de la carga en Coulomb [C]
r = distancia de separación entre cargas en metros [m]

Ley de Coulomb

La magnitud de la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

donde $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \frac{m^2}{Nm^2}$ se conoce como permitividad eléctrica e indica la facilidad o dificultad de establecer un campo eléctrico en el vacío. En todos los ejercicios que se realicen en el presente

libro serán en el espacio vació o en el aire; la permitividad varía entre materiales, siendo la más baja el aire y la más alta el agua; por esta razón, es más complicado apreciar los fenómenos eléctrico en los países donde la humedad es muy alta.

Si en algún momento es necesario realizar cálculos que involucren ley de Coulomb, se debe utilizar la permitiviada absoluta, donde $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$, por lo que $k = 1/4\pi\varepsilon$.

Ejemplo 1.2.1 Ley de Coulomb

Una carga de +6µC se ubica a +20 cm de una carga de −3 µC. Encuentra:

a) La magnitud de la fuerza electrostática que una carga ejerce sobre la otra.

b) ¿La fuerza es atractiva o repulsiva?

SOLUCIÓN

a)

$$\begin{aligned}\vec{F} = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} &= 9\times 10^9 \ \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\left(\frac{|(6\times 10^{-6}\ \text{C})(-3\times 10^{-6}\ \text{C})|}{(20\times 10^{-2}\ m)^2}\right)\\ &= 9\times 10^9 \ \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\left(\frac{18\times 10^{-12}\ \text{C}^2}{400\times 10^{-4}\ \text{m}^2}\right) = \frac{162\times 10^{-3}\ \text{Nm}^2\text{C}^2}{400\times 10^{-4}\ \text{m}^2\text{C}^2}\\ &= 4.05\ \text{N}\end{aligned}$$

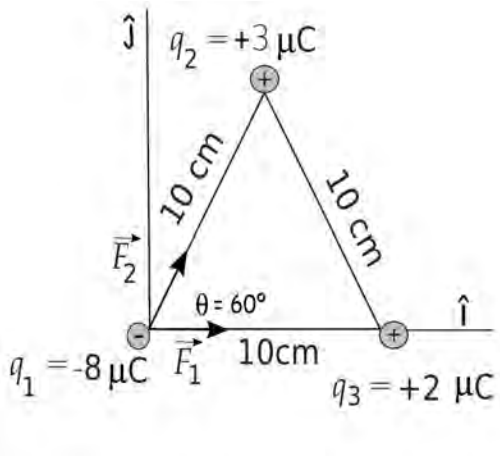
b) La fuerza entre las cargas es de atracción

Ejemplo 1.2.2 Ley de Coulomb con vectores

Cargas de +2.0, +3.0 y -8.0 µC se colocan en los vértices de un triángulo equilátero cuyo lado es de 10 cm. Calcule la magnitud de la fuerza que actúa sobre la carga de −8 0 µC debida a las otras dos cargas.

SOLUCIÓN

En este tipo de ejercicios es prudente colocar la carga de interés el centro del plano cartesiano para facilitar los cálculos. $q_1 = -8.0$ µC, $q_2 = +2.0$ µC y $q_3 = +3.0$ µC



$$\vec{F}_1 = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 9\times 10^9\ \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\left(\frac{|(-8\times 10^{-6}\ \text{C})(2\times 10^{-6}\ \text{C})|}{(10\times 10^{-2}\ \text{m})^2}\right) = 14\,4\ \text{N}$$

$$\vec{F}_2 = k\frac{|q_1 q_3|}{r^2} = 9\times 10^9\ \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\left(\frac{|(-8\times 10^{-6}\ \text{C})(-3\times 10^{-6}\ \text{C})|}{(10\times 10^{-2}\ \text{m})^2}\right) = 21\,6\ \text{N}$$

Vector	componente en $\hat{\mathbf{i}}$	$\hat{\mathbf{j}}$
$\vec{F}_1$	14.4	0
$\vec{F}_2$	$21.6\cos 60° = 10.8$ N	$21.6\,\text{sen}\,60° = 18.7$ N
	25.2 N	18.7 N

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \sqrt{(25.7)^2 + (18.7)^2} = 31.4\ \text{N}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{18.7}{25.2}\right) = 36.57°$$

Ejemplo 1.2.3 Ley de Coulomb

La fuerza de repulsión entre dos esferas de médula de saúco es de 60 µN. Si cada esfera de médula de saúco tiene una carga de 8 nC, ¿cuál es la separación entre ellas?

SOLUCIÓN

Usaremos la formula de la ley de Coulomb $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$ y tomaremos el hecho que $q_1 = q_2$ para simplificar la formula.

$$F = k\frac{q^2}{r^2}$$

$$r^2 F = kq^2$$

$$r^2 = \frac{kq^2}{F}$$

$$r = \sqrt{\frac{kq^2}{F}} = q\sqrt{\frac{k}{F}} = 8\times 10^{-9}\ \text{C}\sqrt{\frac{9\times 10^9\ \text{Nm}^2/\text{C}^2}{60\times 10^{-6}\ \text{N}}} = 0.0979\ \text{m} = 9.7\ \text{cm}$$

Ejemplo 1.2.4 Ley de Coulomb

Dos cargas, q_1 y q_2 , están localizadas en el origen y en el punto (0.50 m, 0), respectivamente. ¿En qué lugar del eje x debe colocarse una tercera carga, Q , de signo arbitrario para estar en equilibrio electrostático si $q_1 = +3$ µC y $q_2 = +7$ µC son cargas contrarias pero de igual magnitud.

SOLUCIÓN

$$F_1 = F_2$$

$$F_1 = k\frac{q_1 Q}{r^2} \tag{1}$$

$$F_2 = k\frac{q_2 Q}{(0.5-r)^2} \tag{2}$$

Igualamos la formula (1) con (2) y obtenemos

$$k\frac{q_1 Q}{r^2} = k\frac{q_2 Q}{(0.5-r)^2}$$

$$\frac{q_1}{r^2} = \frac{q_2}{(0.5-r)^2}$$

$$q_1(0.5-r)^2 = q_2 r^2$$

$$q_1(0.25 - r + r^2) = q_2 r^2$$

$$3\times 10^{-6}\ [C](0.25 - r + r^2) = (7\times 10^{-6}\ [C])r^2$$

$$3r^2 - 3r + 0.75 = 7r^2$$

$$4r^2 + 3r - 0.75$$

$$r = 0.198 \text{ m} = 19.8 \text{ cm}$$

Ejemplo 1.2.5 Ley de Coulomb

A una pequeña esfera de metal se le imparte una carga de +40 µC, y a una segunda esfera colocada 8 cm de distancia se le imparte una carga de −12 µC. Si se permite que las dos esferas se toquen y luego se vuelven a separar 8 cm, ¿qué nueva fuerza eléctrica existe entre ellas? ¿Esta fuerza es de atracción o de repulsión?

SOLUCIÓN

Las cargas se distribuyen uniformemente entre los conductores y buscarán su complemento, a fin de estabilizarse; como necesitamos saber el el total de carga sumaremos de manera aritmética el total de carga en ambos conductores en contacto, esto es $q_1 + q_2 = +40$ µC $- 12$µC $= 28$ µC.

Cuando los separamos ambos se llevarán la mitad de la carga, por lo que para cada conductor, la carga será $Q_1 = Q_2 = 14$µC; usaremos la ley de Coulomb $F = kq_1q_2/r^2$ para encontrar la carga, pero como $q_1 = q_2$, la ecuación se puede escribir como

$$F = k\frac{Q^2}{r^2} \quad \text{ó como}$$

$$F = k\left(\frac{Q}{r}\right)^2 = 9\times10^9\ \text{Nm}^2/\text{C}^2\left(\frac{14\times10^{-6}\ \text{C}}{8\times10^{-2}\ \text{m}}\right)^2 = 275\,6\ \text{N}$$

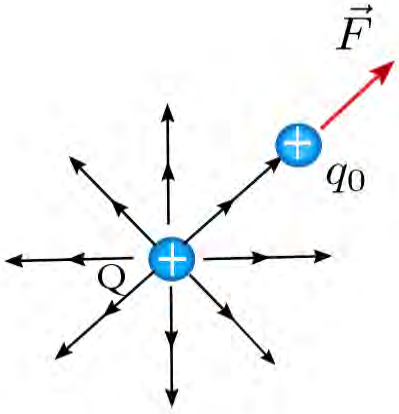
1.3. Campo eléctrico

El hecho de que la fuerza ejercida entre cargas se realice a distancia, presenta un dilema conceptual muy difícil de responder. Especialmente en el espacio vacío, ¿cómo puede existir una fuerza si no existe nada que la transfiera? Pues en esencia el vacío no contiene nada.

Para evitar el problema de hablar sobre fuerzas a distancia, se usa el concepto de campo, introducido por Michael Faraday.

En su visión, un campo eléctrico es una especie de aura que rodea a la carga, esta perturbación creada por la carga modifica de alguna manera las propiedades del espacio que lo rodea, permitiendo transferir la fuerza.

El campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$: Es una perturbación del espacio creada por una carga eléctrica radial a la carga, que se propaga por todo el espacio, y que permite que la carga transmita sus efectos de fuerza sobre otras cargas.



Una carga eléctrica $\mathbf{q_0}$ experimenta una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ debido a que el espacio esta distorsionado; el empuje que experimenta la carga $\mathbf{q_0}$ tiene su origen en el campo eléctrico que produce la carga $\mathbf{Q}$.

Supongamos que tenemos una carga eléctrica $\mathbf{q_0}$ de prueba, y queremos saber si existe algún otro objeto cargado en algún punto; si acercamos esta carga a ese lugar y siente una fuerza se puede afirmar que existe otra carga. Para simplificar el análisis, se considera que una carga está fija y la llamaremos fuente de campo Q. Si $\vec{\mathbf{F}} = q_0\vec{\mathbf{E}}$, entonces

$$\vec{E}_0 = \frac{\vec{F}}{q_0} \tag{1.2}$$

F =Fuerza en [N]
q_0 = carga de prueba [C]
E =Campo eléctrico [N/C]

Ejemplo 1.3.1 Fuerza eléctrica

Una carga de $+2$ μC colocada en un punto P en un campo eléctrico experimenta una fuerza descendente de 8×10^{-4} N. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico en ese punto?

SOLUCIÓN

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{8 \times 10^{-4}\ \text{N}}{2 \times 10^{-6}\ \text{C}} = 400\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

1.3.1. Campo eléctrico de un carga puntual

Si queremos saber el campo creado por una carga conocida Q, usaremos la idea de carga de prueba q_0 solo para obtener una expresión que nos defina el campo provocada por la carga. De la definición de campo:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{kQq_0/r^2}{q_0}$$

$$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2} \tag{1.3}$$

o en términos de ε_0

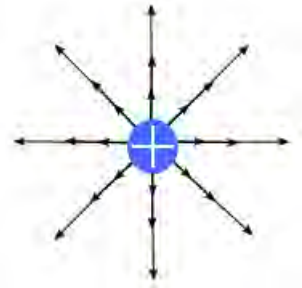
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \tag{1.4}$$

Notamos que el vector obtenido es independiente de la carga de prueba y que disminuye con la distancia. Si agregamos además que por definición los vectores de campo tienden a alejarse de la carga positiva y acercarse a las cargas negativas, podemos decir que el cálculo del campo eléctrico nos permitirá predecir hacia dónde y con qué fuerza se orientarán las cargas de prueba que se coloquen en la cercanía de nuestra carga fuente.

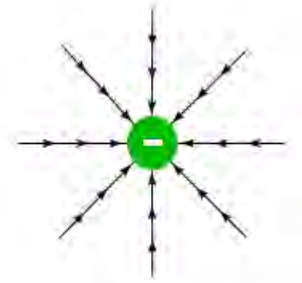
1.3.2. Líneas del campo eléctrico

Las líneas de campo eléctrico indican la dirección en la que apunta el vector de campo eléctrico. Podemos marcar cada vector en todo los puntos del espacio alrededor de nuestra carga fuente, si embargo marcar todos los vectores sería algo engorroso y confuso, por lo que se prefiere dibujar una línea continua o curva tangente a las líneas de campo, el número de lineas representadas es proporcional al campo $\vec{E}$ producido por la carga fuente.

Las líneas de campo indican la dirección en que una carga positiva se moverá si se libera en un campo o campos producidos por cargas eléctricas estáticas.

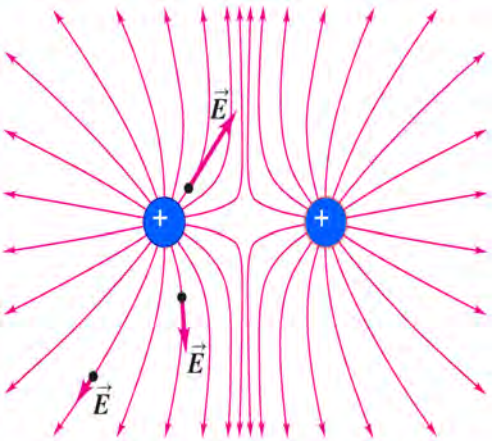


Las cargas positivas son fuentes de campo eléctrico; en el mapa de campo las líneas de campo parten de cargas positivas.

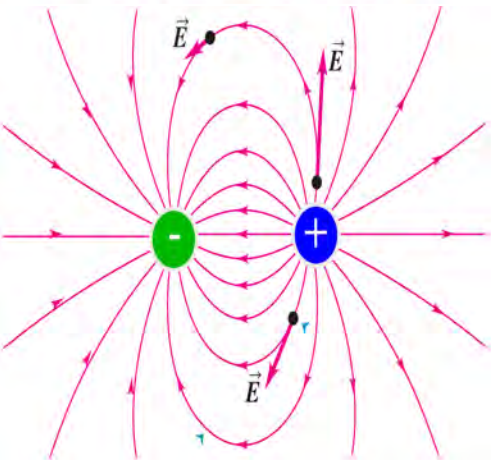


Las cargas negativas son sumideros de campo eléctrico; las líneas de campo entran o mueren en cargas negativas.

- Las líneas de campo nunca se cruzan.
- El vector de campo es paralelo a las líneas de campo
- El campo eléctrico es una entidad que existe en todo el espacio
- Campo eléctrico es un vector



Cuando cargas del mismo signo se encuentra, las líneas de campo tiende a alejarse de las cargas



Cuando cargas de signo opuesto se encuentran las líneas de campo parten de la carga positiva y mueren en la carga negativa.

Ejemplo 1.3.2 Campo eléctrico provocado por una carga

:
¿Cuál es la magnitud y sentido del campo eléctrico en un punto situado a 0.75 cm de una carga puntual de +2.0 pC?

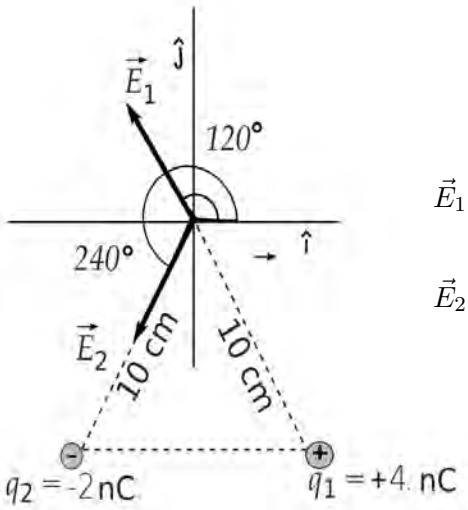
$$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2} = 9\times 10^9\ \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\frac{2\times 10^{-12}\ \text{C}}{(0.75\times 10^{-2}\ \text{m})^2} = 320\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Ejemplo 1.3.3 Campo provocado por varias cargas eléctricas

Cargas de $q_1 = -2$ nC y $q_2 = +4$ nC se ubican en las esquinas de la base de un triángulo equilátero cuyos lados miden 10 cm. ¿Cuál es la magnitud y la dirección del campo eléctrico en la esquina de arriba?

SOLUCIÓN

Colocamos el punto de interés en el centro del plano cartesiano para facilitar los cálculos, y evaluamos los efectos producidos por cada carga así como la dirección de los vectores.



$$\vec{E}_1 = k\frac{q_1}{r^2} = 9\times 10^9\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\left[\frac{2\times 10^{-9}\ \text{C}}{(0.1\ \text{m})^2}\right] = 1800\ \text{N/C}$$

$$\vec{E}_2 = k\frac{q_2}{r^2} = 9\times 10^9\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\left[\frac{4\times 10^{-9}\ \text{C}}{(0.1\ \text{m})^2}\right] = 3600\ \text{N/C}$$

Vector	componente en $\hat{\mathbf{i}}$	$\hat{\mathbf{j}}$
$\vec{E}_1$	1800 [N/C] cos 240° = −900 [N/C]	3600 [N/C]sen 240° = −1558 84 N/C
$\vec{E}_2$	3600[N/C] cos 120° = −1800 [N/C]	3600 sen 120° = 3117.69 N/C
	-2700 N/C	1558.85 N/C

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \sqrt{(-2700\ \text{N/C})^2 + (1558.85\ \text{N/C})^2} = 3117.7\ \text{N/C}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{1558.85}{-2700}\right) = 150°$$

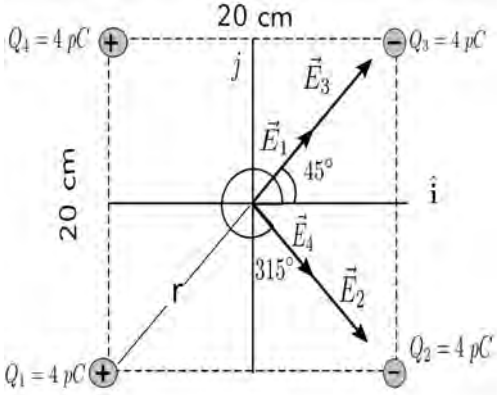
Ejemplo 1.3.4 Campo resultado de varias cargas

Cuatro cargas de igual magnitud (4.0 pC) se colocan en las cuatro esquinas de un cuadrado de 20 cm de lado. Determine el campo eléctrico en el centro del cuadrado si las cargas tienen la siguiente

secuencia alrededor del cuadrado: más, más, menos, menos.

SOLUCIÓN

Primero dibujamos la distribución de las cargas, luego asignamos la dirección de los vectores desde el centro del cuadrado; la distancia desde cualquier punto a la carga es la misma, por lo que usamos el teorema de Pitágoras para obtener esta distancia; con el dibujo nos damos cuenta que en magnitud, todos los campos son iguales.



$$r^2 = (0\,1\text{ m})^2 + (0\,1\text{ m}^2) = 0\,02\text{ m}^2$$

$$E = k\frac{Q}{r^2} = 9\times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\left[\frac{9\times 10^{-12}\text{ C}}{0.02\text{ m}^2}\right] = 1\,8\text{N/C}$$

Vector	componente $\hat{\mathbf{i}}$	componente en $\hat{\mathbf{j}}$
$\vec{E}_1$	1.8 N/C cos45° = 1.27 N/C	1.8 N/C sen45° N/C = 1 27 N/C
$\vec{E}_2$	1.8 N/C cos315° = 1.27 N/C	1.8 N/C sen315° = −1.27 N/C
$\vec{E}_3$	1.8 N/C cos45° = 1.27 N/C	1.8 N/C sen45° = 1.27 N/C
$\vec{E}_4$	1.8 N/C cos45° = 1.27 N/C	1.8 N/C sen315° = −1.27 N/C
	5.08 N/C	0

$$\vec{E}_T = 5.08\text{ N/C}$$

$$\theta = 0°$$

Ejemplo 1.3.5 Campo eléctrico

¿Cuál es la magnitud de la aceleración que experimenta un electrón en un campo eléctrico de 750 N/C?

SOLUCIÓN

$F = qE$	Fuerza eléctrica
$F = ma$	Segunda ley de Newton

Igualaremos la fuerza eléctrica con la definición de fuerza de la segunda ley de Newton .

$$ma = Fq$$

$$a = \frac{qE}{m} = \frac{(1.6\times 10^{-19}\text{ C})(750\text{ N/C})}{9.1\times 10^{-31}\text{ kg}} = 1.31\times 10^{14}\text{ m/s}^2$$

Ejemplo 1.3.6 Aceleración de cargas en un campo

¿Cuál debe ser la carga (signo y magnitud) de una partícula de 1.45 g para que permanezca estacionaria, cuando se coloca en un campo eléctrico dirigido hacia abajo con magnitud de 650 N/C?

SOLUCIÓN

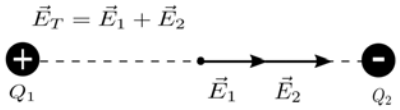
$$qE = mg$$

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{(1.45 \times 10^{-3}\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)}{650\ \text{N/C}} = 21.86 \times 10^{-6}\ \text{C} = 21\,9\ \mu\text{C}$$

Ejemplo 1.3.7 Campo eléctrico

Dos cargas iguales de signos opuestos están separadas por una distancia horizontal de 60 mm. El campo eléctrico resultante en el punto medio de la recta es de 4×10^4 N/C. ¿Cuál es la magnitud de cada carga?

SOLUCIÓN



$$E_T = E_1 + E_2$$

$$E = k\frac{Q}{r^2} + k\frac{Q}{r^2}$$

$$E = 2k\frac{Q}{r^2}$$

$$Q = \frac{Er^2}{2k} = \frac{(4 \times 10^4\ \text{N/C})(3 \times 10^{-3}\ \text{m})^2}{9 \times 10^9\ \text{Nm}^2/\text{C}^2}$$
$$= 2 \times 10^{-9}\ \text{C} = 2\ \text{nC}$$

Ley de Gauss-Maxwell

La fuente del campo es la carga eléctrica. Las líneas de campo eléctrico se originan en las cargas positivas y terminan en cargas negativas.

Ejercicios ley de Coulomb y Campo eléctrico

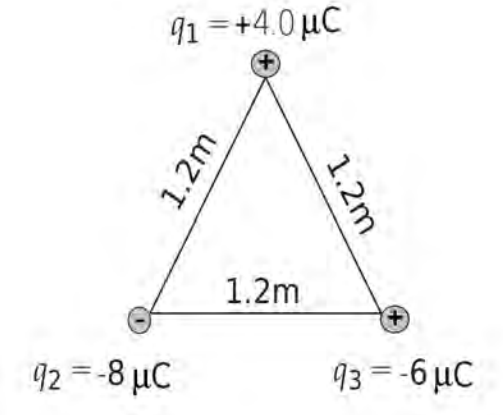
Ley de Coulomb

1. Calcule la magnitud de la fuerza entre dos cargas puntuales de 3.60 µC separadas 9.3 cm. ***Resp.*** 9.36 N

2. Una carga de 10 µC y una carga de -6 µC están separadas 40 mm. ¿Qué fuerza existe entre ellas? Las esferas se ponen en contacto unos cuantos segundos y luego se separan de nuevo 40 mm. ¿Cuál es la nueva fuerza? ¿Es de atracción o de repulsión?
Resp. 22.5 N

3. Dos cargas idénticas separadas 30 mm son sujetas a una fuerza de repulsión de 980 N. ¿Cuál es la magnitud de cada carga? ***Resp.*** 9.9 µC

4. Tres partículas cargadas se colocan en las esquinas de un triángulo equilátero de 1.20 m de lado. Las cargas son $q_1 = +4.0$ µ C, $q_2 = -8.0$ µC y $q_3 = -6.0$ µC. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza neta sobre la carga q_3, una debida a las otras dos.
Resp. 0.26 N, 139°



5. ¿Cuál es la separación de dos cargas de -4 µC si la fuerza de repulsión entre ellas es 200 N?
26.8 mm

Campo eléctrico

6. ¿A qué distancia de un protón, la magnitud del campo eléctrico es 1×10^5 N/C
Resp.1.6×10^{-7} m

7. Un campo eléctrico de magnitud 5.25×10^5 N/C apunta al sur en un lugar determinado. Encontrar la magnitud y dirección de la fuerza sobre una carga de 26 µC en este lugar.
Resp. 13.65 N

8. Dos cargas iguales de signos opuestos están separadas por una distancia horizontal de 60 mm. El campo eléctrico resultante en el punto medio de la recta es de 4×10^4 N/C. ¿Cuál es la magnitud de cada carga?
Resp. 2nC

9. ¿Cuál es la aceleración de un electrón ($e = 1.6 \times 10^{-19}$ C) colocado en un campo eléctrico descendente constante de 4×10^5 N/C? ¿Cuál es la fuerza gravitacional que actúa sobre esta carga si $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg?
Resp. 7.03×10^{16} m/s^2 , 8.93×10^{-30} N

10. Dos cargas puntuales están separadas una distancia de 10.0 cm. Una tiene una carga de 25 µC y la otra de 50 µC. Determine la dirección y magnitud del campo eléctrico en un punto P entre las dos cargas que está a 2.0 cm de la carga negativa.
Resp. 6.3×10^8 N

Capítulo 2

Potencial eléctrico

Como hemos expuesto anteriormente, la fuerza eléctrica sobre una carga q_0 es provocada por un campo eléctrico $\vec{E}$, las líneas de campo o campos provocados por una o varias cargas determinan la dirección que tomará la carga de prueba q_0; si se le da la libertad de moverse, ésta se desplazará por el campo, ganará una energía potencial que cambiará conforme se desplace, transformando esta energía potencial en cinética.[1]

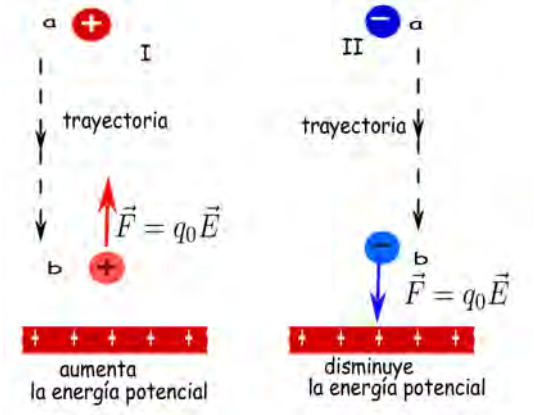
Un campo eléctrico $\vec{E}$ puede almacenar energía potencial U que, como lo hace un campo gravitacional, genera movimiento. Al comparar ambos campos, tanto el gravitacional como el eléctrico, los dos almacenan energía que dependen de la posición, sin embargo en el caso eléctrico, la interacción no solo es atractiva, sino repulsiva, por lo tanto, la fuerza y trayectoria que tomará una carga de prueba q_0 depende de si la fuente de campo es positiva o negativa.

El potencial explica el impulso que mueve a los electrones en un conductor o la operación de una batería, y en consecuencia la operación de circuitos eléctricos de todos los dispositivos que usamos en la vida cotidiana; de hecho, casi siempre escuchamos la palabra "voltaje.en vez de campo eléctrico.

2.1. Energía potencial eléctrica

Le energía potencial de un objeto con carga bajo un campo eléctrico depende de la posición final en comparación con la fuente de campo. Para colocar una carga en cierto punto, se realizs algún tipo de trabajo llevado a cabo por un agente externo. El trabajo es positivo si aumenta la energía potencial de la partícula, y negativo si la disminuye.

[1] Cuando hablamos de fuentes de campo eléctrico nos referimos a cargas que están estáticas; a la carga que se le permite moverse la llamamos carga de prueba q_0; la idea es medir los efectos sobre una sola carga y partir de este punto hacer una generalización.



La energía potencial aumenta cuando una carga positiva se mueve contra el campo eléctrico, y la energía potencial disminuye cuando una carga negativa se mueve en contra del mismo campo.

Cuando la causante del campo es una carga eléctrica negativa, la energía potencial aumenta cuando una carga negativa se mueve en contra la carga negativa , y disminuye cuando sea leja.

$$W_{a\to b} = Fd \tag{2.1}$$

$$F = qE \tag{2.2}$$

Sustituimos las las ecuaciones (2.2) y (2.1) y obtenemos $W_{a\to b} = qEd$, y como el trabajo realizado es igual a la energía potencial se tiene que

$$U = q_0Ed \tag{2.3}$$

U = Energía potencial eléctrica [J]
q_0 =carga en [C]
E= campo eléctrico $[N/C]$
d= distancia [m]

Ejemplo 2.1.1 **Energía potencial eléctrica**

La intensidad del campo eléctrico entre dos placas paralelas separadas 25 mm es 8000 N/C. ¿Cuánto trabajo realiza el campo eléctrico al mover una carga de -2 µC desde la placa negativa hasta la placa positiva? ¿Cuánto trabajo es realizado por el campo al llevar la misma carga de regreso a la placa positiva?

SOLUCIÓN

$$U = W_{a\to b} = Eq_0d = (8000\text{ N/C})(2\times10^{-6}\text{ C})(25\times10^{-3}\text{ m}) = 4\times10^{-4}\text{ J}$$

2.2. Potencial Eléctrico

El campo eléctrico $\vec{E}$ y la energía potencial U son propiedades del espacio originadas por las fuentes de campo. La presencia de un campo es el responsable de la fuerza y la energía que una

carga q_0 adquiere al acercarse a la fuente de campo y no depende de la carga de prueba. La carga de prueba q_0 por su parte adquiere una energía cinética y siente una fuerza , resultado de su interacción con el campo.

Por lo que necesitamos otro concepto para explicar el origen de la energía de la carga de prueba. Este nuevo concepto es el de potencial eléctrico, y es el causante de la energía que una carga gana por estar en el campo. Definimos el potencial de la siguiente forma.

Se define el potencial **V** en cualquier punto en el campo eléctrico como la energía potencial **U** por unidad de carga asociada con una carga de prueba q_0 en ese punto $U = Vq_0$.

De esta manera, si conocemos el potencial eléctrico podemos conocer la energía que una partícula cargada ganaría, solo es menester conocer el potencial producido por la fuente de campo eléctrico. Las características de potencial se en listan a continuación

- El potencial eléctrico es un escalar.
- Por convención, el potencial es positivo si es provocado por una carga positiva, y negativo si es generado por una carga negativa.
- Las cargas positivas tienden a moverse de una región de potencial alto a una de potencial bajo.
- Las cargas negativas tienden a moverse de una región de potencial bajo a una de potencial alto

$$\text{potencial eléctrico} = \frac{\text{energía potencial eléctrica}}{\text{carga}}$$

La unidad de medida del potencial eléctrico es el volt, por lo que al potencial eléctrico se le llama con frecuencia voltaje. Un potencial eléctrico de 1 volt (1 V) equivale a 1 joule (1 J) de energía por 1 Coulomb (1 C) de carga. $1V = \frac{joule}{coulomb}$

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{-W}{q_0} \tag{2.4}$$

V = Potencial eléctrico [V][Volts]
U = Energía potencial eléctrica[J]
q_0 = Carga de prueba [C]
W = Trabajo para mover la carga [J]

Ejemplo 2.2.1 Energía y potencial

Dos placas metálicas están conectadas a las dos terminales de una batería de 1.50 V. ¿Cuánto trabajo se requiere para llevar una carga de +5.0 μC a través de la separación de la placa negativa a la positiva?

SOLUCIÓN

$$V = \frac{W}{q_0}$$

$$W = q_0 V = (5 \times 10^{-6}\ \text{C})(1.5\ \text{V}) = 7.5 \times 10^{-6}\ \text{J} = 7.5\ \mu\text{J}$$

Ejemplo 2.2.2 Energía potencial eléctrica

Un protón ($q = e, m_p = 1.67 \times 10^{-27}\ kg$) se acelera partiendo del reposo a través de una diferencia de potencial de 1.0 MV. ¿Cuál es su rapidez final?

SOLUCIÓN

$$V = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{q} = \frac{mv^2}{2q}$$

$$\frac{mv^2}{2q} = V$$

$$v^2 = \frac{2qV}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{2(1.6 \times 10^{-19}\ \text{C})(1 \times 10^{-6}\ \text{V})}{1.67 \times 10^{-27}\ \text{kg}}} = 1.38 \times 10^{7}\ \text{m/s}$$

2.3. Potencial eléctrico provocado por una carga

Hemos definido el potencial de una carga en un campo eléctrico, pero ahora deseamos obtener una expresión para el potencial provocado por una carga puntual. Este potencial, al igual que el campo eléctrico, se extiende por el universo, y la expresión para una carga puntual es:

$$V = k\frac{Q}{r} \tag{2.5}$$

V=Voltaje [V]
$k = 9 \times 10^{9}\ \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$
q = Carga [C]
r = Distancia [m]

Este potencial eléctrico depende únicamente del campo y de la distancia con respecto del campo y no de la carga de prueba q_0. Por ejemplo: si en una región del espacio existe un potencial de 10 KV y acercamos una carga de un coulumb, esta alcanzará una energía potencial de 10 kJ.

Ejemplo 2.3.1 Potencial eléctrico

Calcule el potencial en el punto A, que está a 50 mm de una carga de $-40\ \mu C$. ¿Cuál es la energía potencial si una carga de $+3\ \mu C$ se coloca en el punto A?

SOLUCIÓN

A)

$$V = \frac{kQ}{r} = \frac{(9\times10^{9}\ \mathrm{Nm^2/C^2})(-40\times10^{-6}\ \mathrm{C})}{50\times10^{-3}\ \mathrm{m}} = -72000\ \mathrm{V} = -7.2\times10^{-6}\ \mathrm{V} = 7.6\ \mathrm{MV}$$

B)

$$U = qV = (3\times10^{-6}\ \mathrm{C})(-7.2\times10^{6}\ \mathrm{V}) = -21.6\ \mathrm{J}$$

Cuando tenemos varias cargas puntuales podemos usar el hecho de que se trata de escalares y sumar la contribuciones individuales de cada carga; es decir, solo sumar cada contribución teniendo cuidado del signo de cada una, esto facilitará mucho los cálculos.

$$V = k\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i} \tag{2.6}$$

Ejemplo 2.3.2 **Potencial provocado por varias cargas**

Dos cargas de +12 y −6µC están separadas 160 mm. ¿Cuál es el potencial en el punto medio A de una recta que las une?

SOLUCIÓN

$$V = V_A + V_B = \frac{kQ_1}{r} - \frac{kQ_2}{r} = \frac{K}{r}(Q_1 - Q_2) = \frac{9\times10^{9}\ \mathrm{Nm^2/C^2}}{80\times10^{-3}\ \mathrm{m}}(12-6)\times10^{-6}\ \mathrm{C} = 67500\ \mathrm{V}$$

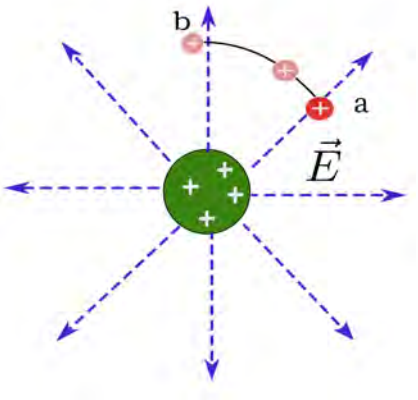
2.4. Diferencia de potencial eléctrico

El potencial eléctrico en un punto no arroja datos del nivel de energía cinética que se va a ganar por colocar una carga en ese lugar; esta información se obtiene por medio de la diferencia de potencial o voltaje. El voltaje es entonces una señal de cuánta energía se encuentra involucrada en el movimiento de una carga entre dos puntos de un sistema eléctrico.

La **diferencia de potencial** o **voltaje** se define como el trabajo que se hace contra la fuerza eléctrica para llevar una carga de prueba q_0 positiva unitaria desde un punto **a** hasta un punto **b**.

$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{W_{a\to b}}{q} \tag{2.7}$$

$W_{a\to b}$ = trabajo [J]
q = carga [C]
V_{ab} = diferencia de potencial o voltaje [V]

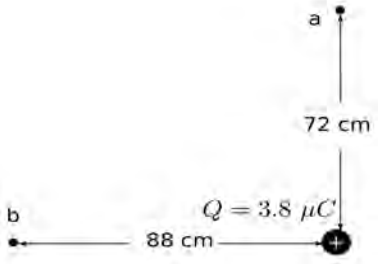


Ejemplo 2.4.1 **Diferencia de potencial**

Considere el punto **a** localizado a 72 cm al norte de una carga puntual de 3.8 µC, y el punto **b** que está 88 cm al oeste de la carga Q determine la diferencia de potencial $V_{ba} = V_b - V_a$

SOLUCIÓN

Para resolver el problema debemos obtener el potencial generado por la carga en cada punto en a y en b y restarlo.



$$V_{ba} = V_b - V_a = \frac{kQ}{r_1} - \frac{kQ}{r_2} = kQ\Big(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\Big)$$
$$= (9\times 10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2})(3.8\times 10^{-6}\ \mathrm{C})\Big(\frac{1}{0.88\ \mathrm{m}} - \frac{1}{0.72\ \mathrm{m}}\Big)$$
$$= -8.63\times 10^3\ \mathrm{V} = -8\,63\ \mathrm{kV}$$

2.5. Relación del campo eléctrico y el potencial eléctrico

No existen instrumentos que nos permitan medir un campo eléctrico, pero si somos hábiles en mesurar las diferencias de potencial entre dos puntos del espacio, podemos lograrlo de forma indirecta, de hecho en la mayoría de los casos prácticos que involucre mediciones eléctricas se prefiere hablar de diferencia de potencial y no de campo eléctrico.

Para obtener una relación sencilla entre el campo y el voltaje imaginemos un campo uniforme entre dos placas cargadas eléctricamente con diferente polaridad.

$$V = \frac{W}{q} = \frac{F_e d}{q_0} = \frac{q_0 E d}{q_0} \tag{2.8}$$

de lo que obtenemos :

$$V = Ed \tag{2.9}$$

V= Voltaje[V]
E= campo eléctrico [V/m]
d= distancia [m]

La dirección del campo eléctrico $\vec{E}$ es la dirección en que el potencial eléctrico disminuye más rápidamente.

Ejemplo 2.5.1 Campo y potencial

La diferencia de potencial entre dos grandes placas metálicas paralelas es de 120 V. La separación entre las placas es de 3.0 mm. Calcule el campo eléctrico entre las placas.

SOLUCIÓN

Sabemos que el potencial esta dado por $V = Ed$ por lo que el campo se despeja de la expresión

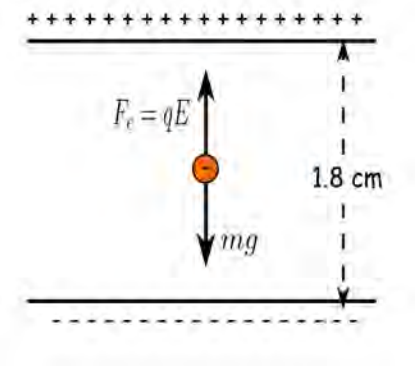
$$E = \frac{V}{d} = \frac{120 \text{ V}}{3 \times 10^{-3} \text{ m}} = 40000 \text{ V/m} = 40 \text{ kV/m}$$

Ejemplo 2.5.2 Campo y potencial

Una diferencia de potencial de 24 kV mantiene dirigido hacia abajo un campo eléctrico entre dos placas paralelas horizontales separadas 1.8 cm en el vacío. Calcule la carga sobre una gota de aceite de 2.2×10^{-13} kg de masa que permanece estacionaria en el campo entre las placas.

SOLUCIÓN

Realizamos un diagrama de cuerpo libre para identificar todas las fuerzas involucradas en el sistema.



$F_e = qE$
$W = mg$
al estar en equilibro $F_e = W$, por lo que

$$qE = mg$$

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{mg}{\frac{V}{d}} = \frac{mgd}{V} = \frac{(2.2 \times 10^{-13} \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(1.8 \times 10^{-2} \text{ m})}{24 \times 10^{3} \text{ V}} = 1.617 \times 10^{-18} \text{ C}$$

Ejercicios de potencial eléctrico

Energía potencial eléctrica

1. ¿Cuánto trabajo realiza el campo eléctrico al mover una carga de -7.7 µC desde tierra a un punto cuyo potencial es 55 V mayor?
   Resp. 4.2×10^{-4} J

2. Una placa cargada positivamente está 30 mm más arriba que una placa cargada negativamente, y la intensidad del campo eléctrico tiene una magnitud de 6×10^4 N/C. ¿Cuánto trabajo es realizado por el campo eléctrico cuando una carga de + 4 pC se mueve desde la placa negativa hasta la placa positiva? ***Resp.*** -7.20 mJ

3. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico entre dos placas paralelas separadas 5.8 mm, si la diferencia de potencial entre ellas es de 220 V?
   Resp. 3.8×10^4 V/m

4. Una carga puntual Q crea un potencial eléctrico de +125 V a una distancia de 15 cm. ¿Cuál es Q?
   Resp. 2.9 nC

5. Calcule el potencial en el punto A que está a 50 mm de una carga de -40µC. ¿Cuál es la energía potencial si una carga de +3µC se coloca en el punto A?
   Resp. -720 MV, -21.6 J

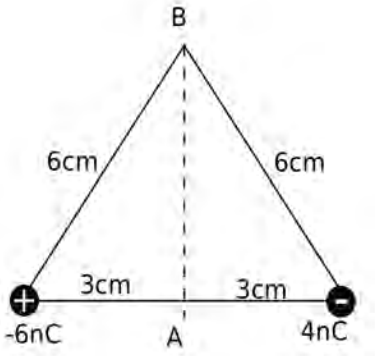
6. Los puntos A y B están a 40 y 25 mm de una carga de +6 µC. ¿Cuánto trabajo es necesario hacer contra el campo eléctrico (por medio de fuerzas externas) para trasladar una carga de +5 µC del punto A al punto B ?
   Resp. +4.05 J

7. A cierta distancia de una carga puntual, el potencial es de 1200 V y la intensidad del campo eléctrico en ese punto es de 400 N/C. ¿Cuál es la distancia a la carga y cuál es la magnitud de dicha carga?
   Resp. 3 m, 400 nC

8. ¿Cuál debe ser la separación de dos placas paralelas si la intensidad de campo es de 5×10^4 V/m y la diferencia de potencial es 400 V?
   Resp. 8 mm

9. Un electrón que parte del reposo cae a través de una subida de potencial de 80 V. ¿Cuál es su rapidez final?
   Resp.5.3×10^6 m/s

10. Para las cargas y las distancias que muestra la figura, calcule el potencial en los puntos A y B. ¿Cuánto trabajo es realizado por el campo eléctrico al trasladar una carga de +2 µC desde B hasta A?
    Resp. $V_A = -600$ V, $V_B = -300$ V, 0.6 mJ



Capítulo 3

Corriente eléctrica

Un campo eléctrico puede ser capaz de mover un carga eléctrica debida a la fuerza que ejerce sobre ella; si el campo afecta a un grupo de cargas entonces se establece una corriente eléctrica. Sin embargo se necesita un flujo constante de carga para establecer propiamente una corriente.

Para crear un flujo continuo de carga, necesitamos una fuente de campo que no sea afectada por el contacto entre cargas; esta fuente es una batería. La batería crea una acumulación de cargas negativas (electrones) y de cargas positivas (iones) entre sus terminales, con esto se establece un posicionamiento de cargas y una diferencia de potencial.

Una corriente se puede establecer en cualquier lugar que existan cargar libres y diferencias de potencial. Existen materiales donde el proceso se puede llevar a cabo con una gran facilidad, son los llamados conductores eléctricos, estos materiales tienen abundantes electrones libres, típicamente un buen conductor tiene solo un electrón en la órbita de valencia (la más alejado del núcleo).

Solo cuando se cumple la condición de una diferencia de potencial entre los extremos de un conductor, existirá flujo de corriente, ya que en ausencia de fuerzas externas los electrones se moverán de manera aleatoria dentro del conductor y el flujo neto de carga es cero.

3.1. Tipos de materiales

Los **conductores** son aquellos materiales de los cuales es fácil remover electrones al aplicar energía o fuerza externa. Típicamente, como ya se mencionó, un buen conductor tiene un solo electrón en la órbita de valencia (la más alejada del núcleo). La mayor parte de los metales son buenos conductores; los más conocidos son el cobre, plata y oro.

Los **dieléctricos** o **aislantes** son materiales que no dejan que sus electrones se liberen fácilmente, es muy difícil establecer un flujo de corriente en ellos. Los átomos de los aislantes tienen capas de valencia que están llenas con 8 electrones o bien llenas a más de la mitad. Cualquier energía que se aplique a lo átomos se distribuirá en un número grande de electrones. Ejemplos de estos materiales son el vidrio, caucho y la mica . Es importante notar que no existe un aislante perfecto, simplemente es más difícil desprender electrones de tales materiales.

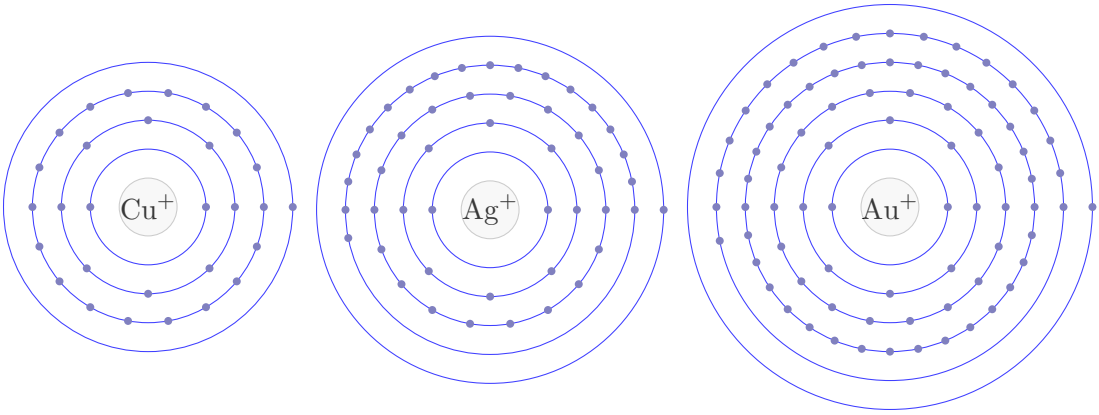


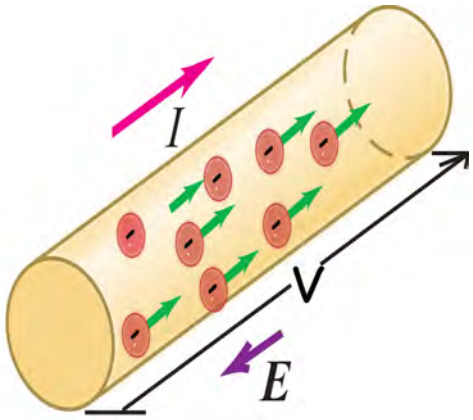
Figura 3.1: El cobre, plata y oro tienen un solo electrón en el último orbital.

3.2. Corriente eléctrica

La corriente eléctrica: Es la cantidad de carga que fluye a través de un material, por unidad de tiempo. La unidad del SI para la corriente es el ampère, que es igual a un coulomb por segundo 1A = [C/s].

$$I = \frac{q}{t} \tag{3.1}$$

I =corriente [Ampère][A]
q = carga [C]
t = tiempo [s]



En un conductor metálico las cargas en movimiento son los electrones, ellos se mueven en presencia de un campo eléctrico y tienden a moverse realmente en sentido de un punto de menor potencial a uno de mayor potencial. Sin embargo, para la corriente convencional el flujo es a la inversa y se define como cargas en movimiento a las cargas positivas.

La corriente eléctrica es el resultado del impulso que recibe un electrón provocado por una diferencia de potencial; cuando se aplica energía a un electrón este se desprende de su orbital, dejando un hueco que es cubierto por el electrón de un átomo próximo, en su camino puede llenar el hueco dejado por un electrón previamente arrojado fuera de su orbital, o por acción de repulsión entre cargas al expulsar un electrón que se encontraba en la órbita antes que él, en el proceso el primer electrón transmite su energía al segundo, el segundo electrón al encontrarse en la órbita siguiente

repite el proceso del primero; este proceso continua en todo el alambre. El impulso de la energía de un electrón al siguiente constituye la corriente eléctrica.

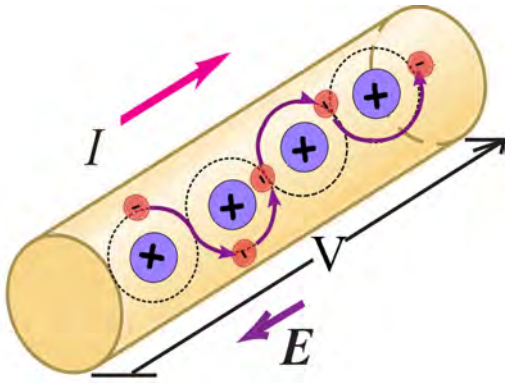


Figura 3.2: Flujo de electrones entre los diferentes átomos de un conductor.

Corriente eléctrica

Un conductor por el cual circula corriente no está cargado eléctricamente, los electrones solo cambian de átomo dando como resultado final un material eléctricamente neutro.

3.3. Fuentes de voltaje

Las cargas eléctricas avanzarán en los extremos de un conductor siempre que exista una fuerza que los impulse. Las fuentes de voltaje realizan trabajo para separar las cargas positivas de las negativas. El origen de este trabajo puede ser químico como en las baterías, o un movimiento mecánico como en los generadores eléctricos. En cualquier caso, el trabajo queda disponible en dos puntos en los que hay una diferencia de potencial. Algunos ejemplos de fuentes de voltaje son las baterías, celdas solares, generadores eléctricos, termopares y celdas de combustibles. Idealmente estas fuentes de voltaje mantienen una diferencia de potencial constante entre sus terminales, independiente de la corriente que pasa a través de ella.

Ejemplo 3.3.1 **Corriente eléctrica**

La carga que fluye entre las dos puntas de un conductor es de 0.16 C cada 64 m. Determina la corriente en amperes.

SOLUCIÓN

$$I = \frac{q}{t} = \frac{0.16 \text{ C}}{64 \times 10^{-3} \text{ s}} = 2.5 \text{ A}$$

3.4. Resistencia eléctrica

Cualquier material presenta una oposición al flujo de electrones en su interior, cuando los electrones fluyen dentro del conductor, chocan con las partículas del material como resultados de esto

choques los electrones pierden energía,y se vuelven más lentos. la perdida de energía se libera en forma de calor.

La **resistencia eléctrica** es la oposición que presenta el material al flujo de corriente, esta depende de la longitud del conductor, el área transversal del material y la temperatura.

La unidad para medir la resistencia eléctrica es el ohmn [Ω].

$$R = \rho \frac{l}{A} \tag{3.2}$$

R = resistencia en Ohmns [Ω]
ρ = coeficiente de resistividad [$\Omega.m$]
l = longitud del conductor [m]
A = área [m^2]

Ejemplo 3.4.1 Resistencia de un conductor

Determine la resistencia de 30.48 m de cable de alambre telefónico calibre 28 con un diámetro de 0.032 cm con coeficiente de resistividad $\rho = 1.723 \times 10^{-8}\ \Omega m$

SOLUCIÓN

Se calcula el valor del área transversal y luego la resistencia

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{(0.032 \times 10^{-2}\ m)^2(\pi)}{4} = 8.042 \times 10^{-8}\ m^2$$

$$R = \rho \frac{l}{A} = \frac{(1.723 \times 10^{-8}\ \Omega.m)(30.48\ m)}{8.042 \times 10^{-8}\ m^2} = 6.53\ \Omega$$

3.4.1. Efectos de la temperatura sobre la resistencia

Los conductores eléctricos tienen un gran número de cargas libres, sin embargo, ante el aumento de la temperatura aumentará la resistencia al movimiento de los electrones dentro del material, y hará más difícil que se establezca una corriente en el conductor. La siguiente expresión muestra cómo se modifica la resistencia dependiendo de la temperatura.

$$R = R_0[1 + \alpha(T - 20°)] \tag{3.3}$$

Ejemplo 3.4.2 Resistencia depende la temperatura

Una bombilla de 100 W tiene una resistencia cercana a 12 Ω cuando está fría (20°C) y de 140 Ω cuando está encendida (caliente). Estime la temperatura del filamento cuando está caliente, si se supone un coeficiente de temperatura de resistividad promedio $\alpha = 0.0060(1/°C)$.

SOLUCIÓN

Usaremos nuestra formula para le la resistencia.

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

$$[1 + \alpha(T - T_0)] = \frac{R}{R_0}$$

$$\alpha(T - T_0) = \frac{R}{R_0} - 1$$

$$\alpha(T - T_0) = \frac{R - R_0}{\alpha R_0}$$

$$T = T_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0} = 20\ ^\circ\text{C} + \frac{140\ \Omega - 12\ \Omega}{(0.0061/^\circ\text{C})(12\ \Omega)} = 1797.7^\circ\text{C}$$

.

3.5. Ley de Ohm

El flujo de electrones en un conductor depende de dos cosas: la presencia de un campo eléctrico y la oposición que presenta el material a que la carga transite; la fuente de campo es la batería o el generador eléctrico los cuales proporcionan un voltaje. Con estas tres propiedades del flujo de electrones Georg Simon Ohm encontró una regla que relaciona el voltaje, la corriente y resistencia a la cual se conoce como ley Ohm.

La ley de Ohm establece que: El voltaje aplicado es directamente proporcional a la corriente que causa. La constante de proporcionalidad es la resistencia:

$$V = RI \tag{3.4}$$

V =Voltaje [V]
R= resistencia [Ω]
I = corriente [I]

3.5.1. Potencia eléctrica

En todos los conductores el flujo de carga implica un gasto de energía (excepto en los superconductores), el cual es producido por el choque de los electrones con el material, lo que irremisiblemente producirá un incremento de temperatura; el consumo de energía puede ser utilizada para iluminación, calentar objetos o para arrancar motores.

$$P = VI \tag{3.5}$$

P= Potencia [W]
V = Voltaje [V]
I= Corriente [A]

Ejemplo 3.5.1 Potencia eléctrica

¿Cuál es el consumo de potencia máxima de un reproductor de discos compactos portátil de 3.0 V que extrae un máximo de 320 mA de corriente?

SOLUCIÓN

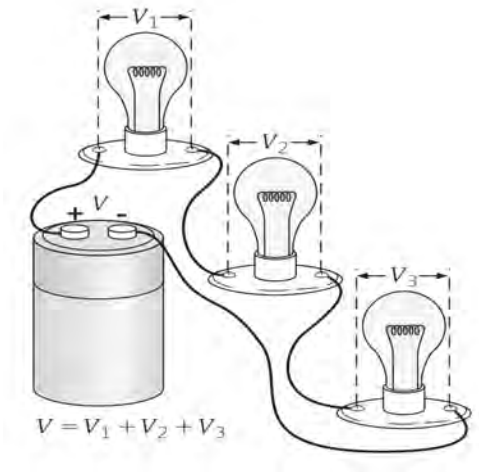
$$P = VI = (30\text{ V})(320 \times 10^{-3}\text{ A}) = 0.96\text{ W}$$

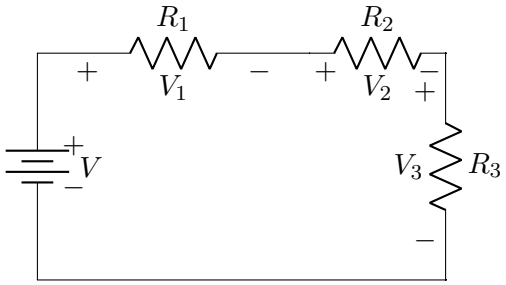
3.6. Circuitos eléctricos

3.6.1. Circuito en serie

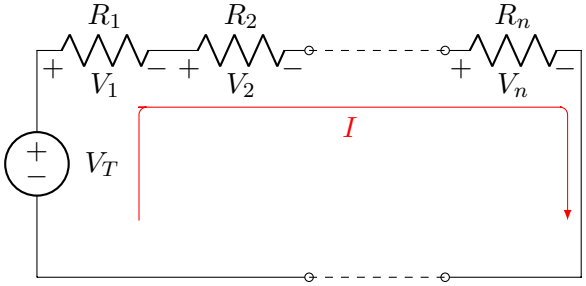
Tenemos un circuito en serie cuando todos los elementos se conectan en secuencia, el final de cada elemento corresponde al inicio de un nuevo componente y el punto común entre elementos no se conecta con otro elemento que trasporte corriente. En este arreglo la corriente que circula por cada elemento es la misma, no así el voltaje que cambia en cada elemento. La configuración tiene la desventaja que si una resistencia se arruina la circulación de corriente queda interrumpida, para superar esta desventaja se utilizan los circuitos en paralelo.

Para ilustrar la situación descrita usaremos tres focos conectados a una batería y su representación esquemática





Para obtener una expresión que nos informe el valor de la resistencia total podemos usar el hecho que la corriente en el circuito es la mismo en todos los elementos resistivos.



$$V_T = R_T I \qquad \text{ley de Ohm} \tag{3.6}$$

$$V_T = V_1 + V_2 + .. + V_n \tag{3.7}$$

La ecuación (3.7) indica que el voltaje total es igual a la suma de los voltajes en todos los elementos,

$$V_T = R_1 I + R_2 I + .. + R_n I$$

$$V_T = I(R_1 + R_2 + .. + R_n)$$

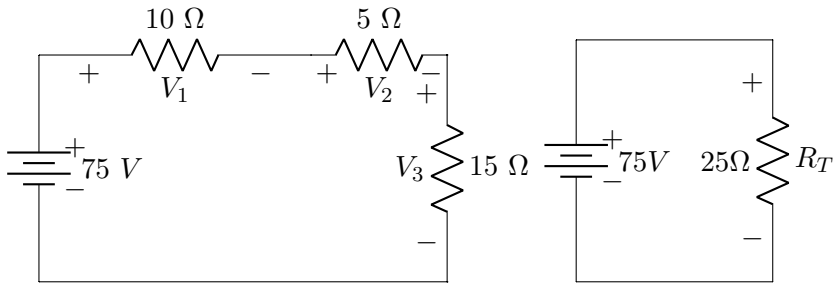
$$R_T I = I(R_1 + R_2 + .. + R_n)$$

$$R_T = R_1 + R_2 + .. + R_n \tag{3.8}$$

La expresión se puede enunciar como *la resistencia total en un circuito en serie es la suma de todas las resistencias.*

Ejemplo 3.6.1 **Circuito en serie**

Encuentra la resistencia equivalente del circuito, la corriente que circula y los voltajes en cada resistencia.



SOLUCIÓN

$$R_T = 10\Omega + 5\Omega + 20\Omega = 25\Omega$$

Para la corriente total usamos la ley de Ohm $V = RI$

$I = \dfrac{V}{R} = \dfrac{75\ V}{30\ \Omega} = 2.5\ A$

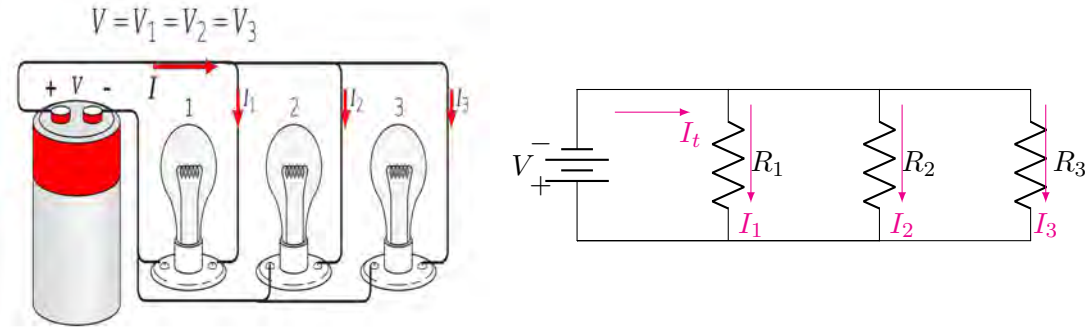
$V_1 = R_1 I = (10\ \Omega)(2.5\ A) = 25\ V$

$V_2 = R_2 I = (5\ \Omega)(2.5\ A) \ = 12.5\ V$

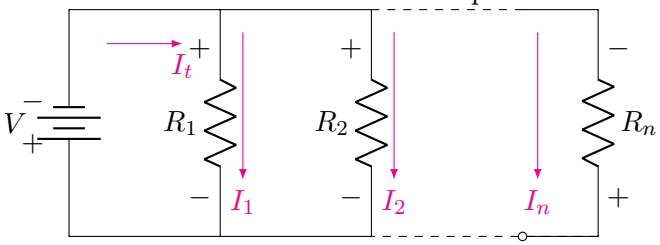
$V_3 = R_3 I = (15\ \Omega)(2.5\ A) = 37.5\ V$

3.6.2. Circuito en paralelo

Tenemos un arreglo en paralelo cuando todos los elemento del circuito comparten una misma conexión de entrada, y un mismo nodo de salida. En estas conexiones el potencial entre los extremos de los resistores es el mismo, pero en cada una de las resistencias circula corrientes diferentes. La ventaja del arreglo radica en que si se quita un elemento del sistema la circulación total de corriente no se ve afectada.



Cuando las resistencias están conectadas en paralelo, la caída de voltaje a través de cada uno de los resistencia es la misma. La corriente de la batería se divide (por lo general, de forma desigual) entre los resistores. Con esta información podemos encontrar una resistencia equivalente del circuito.



$$I_t = I_1 + I_2 + .. + I_n$$

$$I = \frac{V}{R_{equ}}$$

$$I_t = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + .. + \frac{V}{R_n}$$

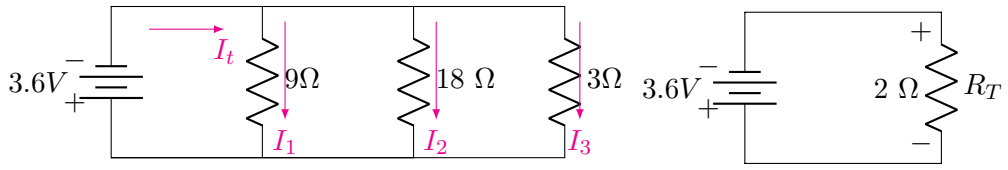
$$\frac{V}{R_{equ}} = V\Big(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + .. + \frac{1}{R_n}\Big)$$

$$\frac{1}{R_{equ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + .. + \frac{1}{R_n} \tag{3.9}$$

Para cualquier número de resistores en paralelo, el recíproco de la resistencia equivalente es igual a la suma de los recíprocos de sus resistencias individuales.

Ejemplo 3.6.2 **Circuito en paralelo**

Encuentra la resistencia equivalente, la corriente que circula y las corrientes en cada resistencia.



SOLUCIÓN

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{9\ \Omega} + \frac{1}{18\ \Omega} + \frac{1}{3\ \Omega} = \frac{2+1+6}{18\ \Omega} = \frac{9}{18\ \Omega} = \frac{1}{2\ \Omega}$$

$$R_T = 2\ \Omega$$

Usamos la ley de Ohm para calcular la corriente que sale de la batería.

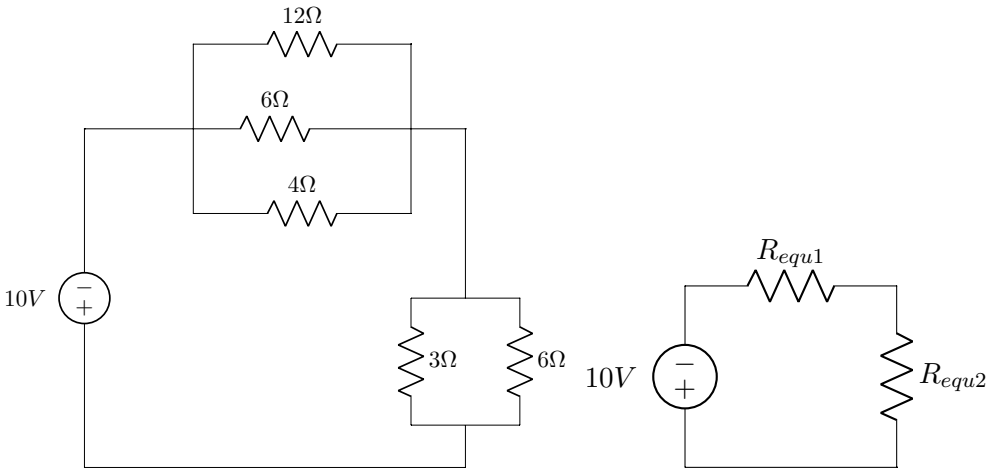
$$I_T = \frac{V}{I} = \frac{3.6\ V}{2\ \Omega} = 1.8\ A$$
$$I_1 = \frac{3.6\ V}{9\ \Omega} = 0.4\ A$$
$$I_2 = \frac{3.6\ V}{18\ \Omega} = 0.2\ A$$
$$I_1 = \frac{3.6\ V}{3\ \Omega} = 1.2\ A$$

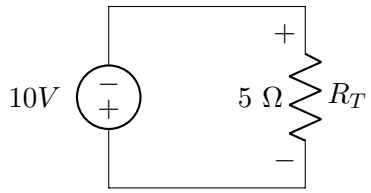
3.6.3. Circuito en serie y paralelo

Lo más común es encontrar circuitos que contengan tanto arreglos en paralelo como en serie. El método para reducir circuitos consiste es tomar subarreglos donde sea más sencillo encontrar una resistencia equivalente, hasta llegar a una sola resistencia equivalente que represente a todo el circuito, tal como se muestra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 3.6.3 Circuito en serie y paralelo

Reduce el siguiente circuito hasta tener una sola resistencia equivalente.





$$\frac{1}{R_{equ1}} = \frac{1}{4\ \Omega} + \frac{1}{6\ \Omega} + \frac{1}{12\ \Omega} = \frac{1+2+3}{12\ \Omega} = \frac{2}{12\ \Omega} = \frac{1}{2\ \Omega}$$

$$R_{equ1} = 2\ \Omega$$

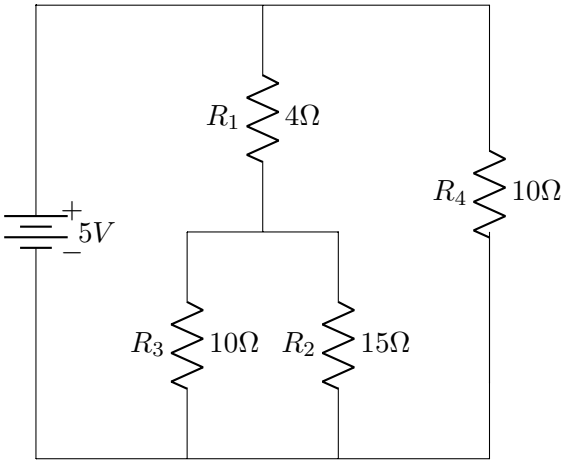
$$\frac{1}{R_{equ2}} = \frac{1}{6\ \Omega} + \frac{1}{12\ \Omega} + = \frac{2+1}{12\ \Omega} = \frac{4}{12\ \Omega} = \frac{1}{3\ \Omega}$$

$$R_{equ2} = 3\ \Omega$$

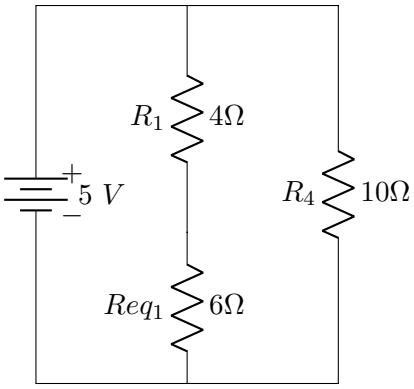
$$R_T = R_{equ1} + R_{equ2} = 2\ \Omega + 3\ \Omega = 5\ \Omega$$

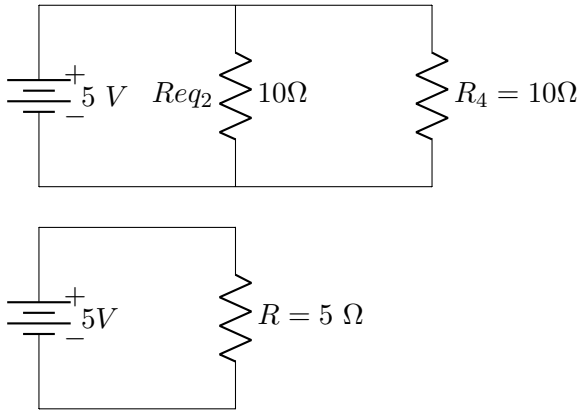
Ejemplo 3.6.4 Circuito en serie y paralelo.

Encuentra la resistencia equivalente y la corriente en cada resistencia.



SOLUCIÓN





Para el circuito principal R_2 y R_3 están en paralelo por lo que

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{10\ \Omega} + \frac{1}{15\ \Omega} = \frac{3+2}{30\ \Omega} = \frac{5}{30\ \Omega}$$

$$R_{eq1} = \frac{30\ \Omega}{5} = 6\ \Omega$$

En el circuito simplificado R_1 está en serie con R_{eq1} pro lo que

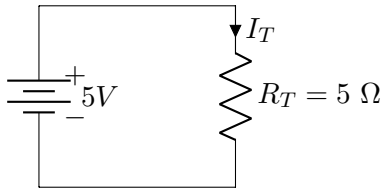
$$R_{eq2} = 4\ \Omega + 6\ \Omega = 10\ \Omega$$

Simplificando más el circuito R_{eq2} está en paralelo con R_4 por lo que la resistencia R_T se obtiene con

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{10\ \Omega} + \frac{1}{10\ \Omega} = \frac{1+1}{10\ \Omega} = \frac{2}{10\ \Omega} =$$

$$R_{eq1} = \frac{10\ \Omega}{2} = 5\ \Omega$$

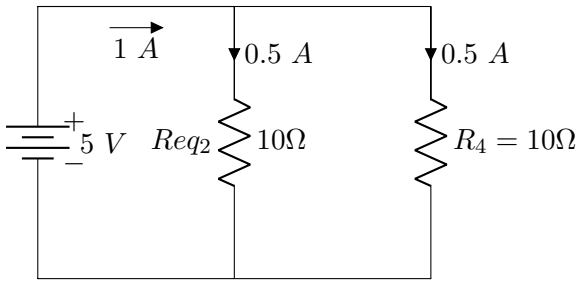
Para obtener los voltajes y las corrientes en cada elemento del circuito, de manera inversa a lo realizado hasta ahora, vamos del circuito más simplificado hacia el original, aplicando sucesivamente la ley de Ohm.



$$I_T = \frac{V}{R_T} = \frac{5\ V}{5\ \Omega} = 1\ A$$

Al estar en paralelo, el voltaje es el mismo; el ejercicio se simplifica ya que ambas resistencia tienen el mismo valor, por lo que la corriente $R_4 = R_{eq2}$

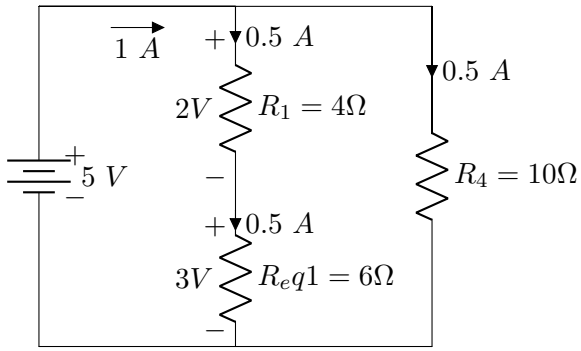
$$I_4 = I_{Req2} = \frac{5\ V}{10\ \Omega} = 0.5\ A$$

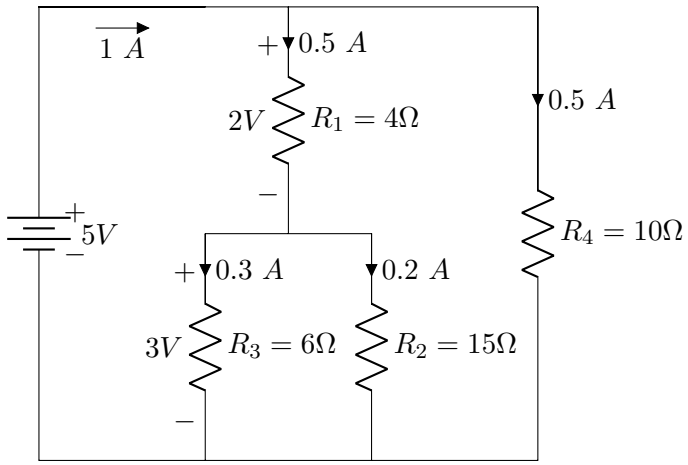


En el circuito simplificado 2, R_1 y R_{eq1} están en serie, la corriente es la misma. Ahora nos interesa encontrar el voltaje en cada elemento; en R_1 y en R_{eq1} volvemos a utiliza la ley de ohm

$$V_{R1} = (4\Omega)(0.5\ A) = 2\ V$$

$$V_{Req1} = (6\Omega)(0.5\ A) = 3$$





Para las resistencias R_3y R_2 el voltaje es el mismo, solo nos falta conocer la corriente que circula en los elementos resistivos.

$$I_{R_2} = \frac{3\ V}{15\ \Omega} = 0.2\ A$$

$$I_{R_3} = \frac{3\ V}{10\ \Omega} = 0.3\ A$$

1. Un motor de 120 V consume una corriente de 4.0 A. ¿Cuántos joules de energía eléctrica utiliza en 1 h? ¿Cuántos kilowatts-hora? **Resp. 1.73 MJ, 0.48 kWh**

2. Un generador de 120 V en CD suministra 2.4 kW a un horno eléctrico. ¿Cuánta corriente le proporciona? ¿De cuánto es la resistencia? **Resp. 20 A, 6 Ω**

3. Una corriente de 1.30 A fluye en un alambre. ¿Cuántos electrones fluyen en un segundo por un punto cualquiera en el alambre?
Resp. 8.13×10^{18} *electrones*.

4. Una lámpara eléctrica tiene un filamento de 80 Ω conectado a una línea de 100 V CD. ¿Cuánta corriente pasa por el filamento? ¿Cuál es la potencia disipa da en watts? **Resp. 13.8 A, 151.25 W**

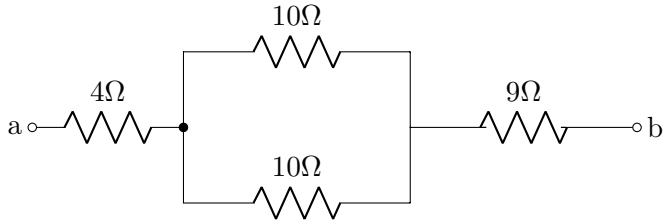
5. Calcule la resistividad de un alambre hecho de una aleación desconocida si su diámetro es de 0.7 mm y se sabe que 30 m del alambre tienen una resistencia de 4.0 Ω. **Resp.** 5.13×10^{-8} $\Omega.m$

6. Un alambre de platino tiene una resistencia de 0.50 Ω a 0°, y es puesto en un baño de agua, donde su resistencia se eleva a un valor final de 0.60 Ω. ¿Cuál es la temperatura del baño?$\alpha = 3.93 \times 10^{-3}$ $1/C^\circ$ **Resp** $.\Delta T = 51$ C°

7. Una fuente de 115 V de fem está conectada a un elemento calefactor formado por una bobina de alambre de nicromo ($\rho = 100 \times 10^{-8}$ $\Omega.m$) de 1.20 mm^2 de sección transversal. ¿Cuál debe ser la longitud del alambre para que la potencia disipada sea de 800 W?
Resp. 19.84 m

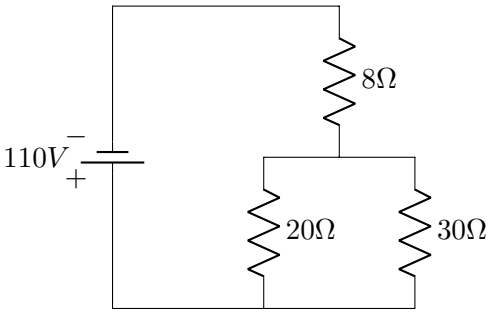
Circuitos serie paralelo

8. Encuentre la resistencia equivalente entre los puntos a y b.



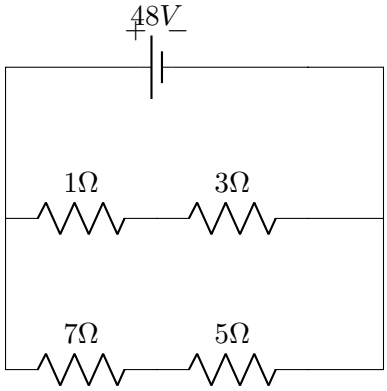
Resp. 18 Ω

9. En el siguiente circuito encuentre el valor de la resistencia equivalente.

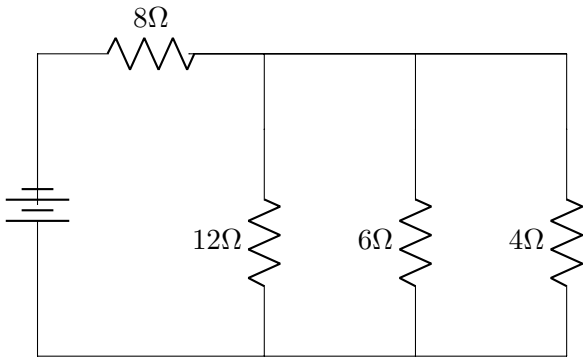


Resp. 20 Ω

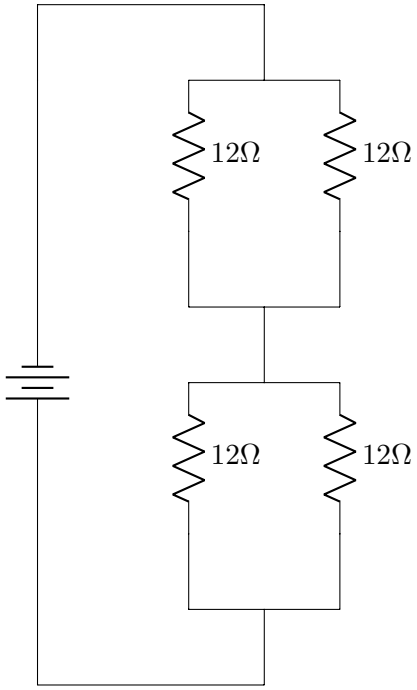
10. Encuentre la resistencia equivalente y la corriente que produce la batería.
Resp. 3 Ω



11. Encuentre la resistencia equivalente.
Resp. 10 Ω



12. Encuentre la resistencia equivalente.



Capítulo 4

Campo magnético

La interacción magnética es un proceso por el cual ciertos minerales de hierro, cobalto, níquel y manganeso, atraen pequeños trozos de mineral de hierro; estos materiales también manifiestan fuerzas atractivas y repulsivas entre ellos. Como no todas las sustancias exhiben estas propiedades, se le llamó ***magnetismo*** al estudio de estas fuerzas; a su vez, a la sustancia que lo provoca, se le llamó ***imanes***, y a las regiones del material donde el magnetismo aparece concentrado, ***polos***.

El magnetismo se conoce desde el amanecer de las civilizaciones. Los griegos ya conocían las maravillosas cualidades de la magnetita negra "oxido de hierro"; ellos estaban hechizados con sus propiedades de atracción y repulsión. En la antigüa China se usaban aparejos que funcionaban como una brújulas.

A pesar de su aplicación practica y de la fascinación que el magnetismo provoca, es hasta el año 1600 que el investigador William Gilbert escribe el primer tratado serio sobre el tema. De estos experimentos se sugiere que hay dos clases de polos magnéticos que denominaremos **N** norte y **S** sur.

Se había observado que el fenómeno eléctrico y magnético comparten propiedades similares. En ambos casos existe un proceso de atracción y repulsión, además de que vienen en pares; en la carga eléctrica, hay una positiva y una negativa, y en el magnetismo tenemos el polo norte y el sur; la diferencia entre uno y otro fenómeno era que al dividir un imán, volvemos a obtener un imán con un norte, y un sur. No existen mono polos o cargas magnéticas, al cortar un imán volvemos a obtenemos dos imanes cada uno con dos polos.

Propiedades de los imanes:

1. Existen dos polos, norte y sur.
2. La interacción entre polos magnéticos del mismo nombre es repulsiva y la fuerza entre polos opuestos es de atracción.
3. No existen polos aislados: si cortamos una infinidad de veces un imán siempre obtendremos imanes con dos polos norte y sur.

4.1. Campo magnético

Explicar la fuerza de acción a distancia que exhiben los polos de un imán cuando se confrontan en el vacío plantea el mismo problema que se tiene con la fuerza eléctrica. Si no existe nada, ¿como

puede existir una fuerza? Por lo que se usa concepto de campo magnético.

Un campo magnético $\vec{B}$, es una perturbación del espacio, que indica hacia dónde y qué tan fuerte será orientado un imán que se coloque en proximidad del campo.

La dirección del campo magnético $\mathbf{\vec{B}}$ en un punto dado, se define como la dirección en la que apuntaría el polo norte de la aguja de una brújula en ese punto, además, a diferencia del campo eléctrico, en el campo magnético las líneas de campo se encierran sobre sí misma,s mientras que las lineas de $\mathbf{\vec{E}}$ empiezan y terminan en cargas eléctricas.

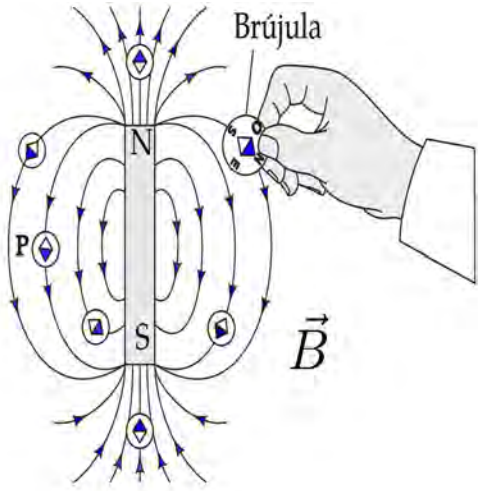


Figura 4.1: Campo magnético creado por un imán.

Por convención, al hablar de un campo magnético nos referimos del polo norte de un imán. La figura hace una representación simplificada de la dirección del campo $\vec{B}$, si vemos el polo norte de un imán lo representamos con puntos, decimos que el campo apunta hacia afuera de la página; si vemos el polo sur del imán, lo representamos con taches y decimos que el campo apunta hacia adentro de la pagina.

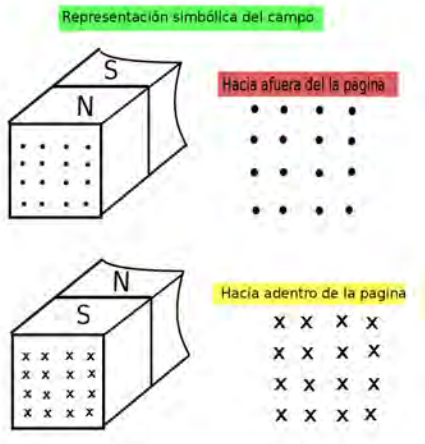


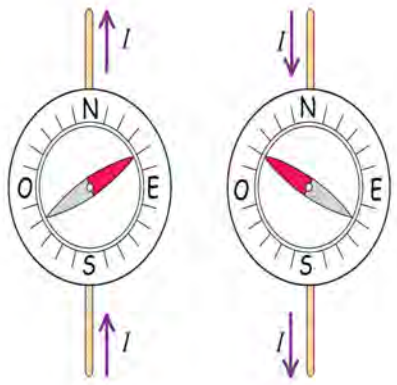
Figura 4.2: Representación de un campo magnético.

Ley de Gauss del magnetismo

No existen polos aislados (monopolos), el campo magnético siempre se cierra sobre sí mismo.

4.1.1. Experimento de Oersted

Por muchos años los científicos trataban de dar respuesta a la pregunta de si el magnetismo y la electricidad tenían alguna relación. Fue Hans Christian en el año 1820 quien terminaría con el debate. Oersted realizo el siguiente experimento: colocó una brújula cerca de un alambre conductor, luego conectó los extremos del conductor a las puntas de una batería, cuando la corriente circuló la aguja se desvió. Así Oersted demostró que una corriente eléctrica produce un campo magnético. Un vinculo inequívoco entre electricidad y magnetismo.



Experimento de Oersted visto desde arriba. La aguja de la brújula tiene una desviación, cuya dirección depende del sentido de la circulación de la corriente.

André Marie Ampère llevó a cabo experimentos similares a los de Oersted. En estos experimentos midió la fuerza entre conductores por los que circulaba corriente eléctrica. Ampère concluyó que el campo magnético es el resultado de cargas eléctricas en movimiento, descubrió que un campo magnético ejerce una fuerza sobre conductores que portan corriente. Ampère rechazó la idea de que el magnetismo en los imanes permanentes se debe a un indefinible fluido magnético y sugirió que se debe a circuitos eléctricos dentro de cada átomo del imán.

Ley de Àmpere

Los campos magnéticos se generan mediante cargas en movimiento (o corrientes)

Las observaciones de Ampère están en concordancia con el modelo actual del átomo que indica que las cargas eléctricas negativas (electrones) giran alrededor del núcleo atómico; los electrones crean un pequeño circuito de corriente, así cada átomo se comporta como un pequeño imán de barra. Los resultados de Ampère y Oersted se pueden podemos resumir siguiente manera:

1 Una carga o corriente móvil crea un campo magnético en el espacio circundante (además de su campo eléctrico).

2 El campo magnético de una carga en movimiento es perpendicular al campo eléctrico de la carga.

3 El campo magnético ejerce una fuerza $\vec{F}$ sobre cualquier otra carga o corriente en movimiento presente en el campo.

4.2. Fuerza magnética

4.2.1. Fuerza de Lorentz

La fuerza de Lorentz describe cómo el campo magnético afecta a las cargas eléctricas en movimiento: la dirección de la fuerza magnética es perpendicular tanto a la velocidad de la carga $\vec{v}$ como a campo magnético $\vec{B}$, siempre que la trayectoria de la carga forme un ángulo con el campo.

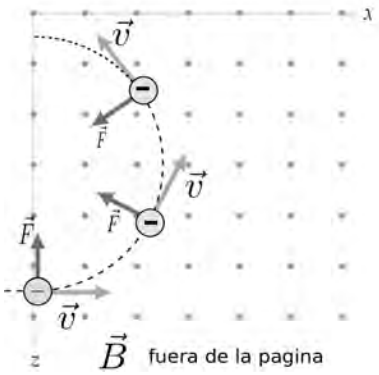


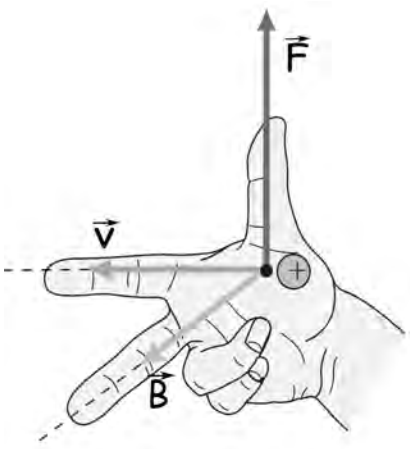
Figura 4.3: La fuerza siempre es perpendicular a la velocidad de la partícula y al campo.

$$F = qvB \operatorname{sen}\theta \tag{4.1}$$

F = fuerza [N]
q = carga eléctrica [C]
B = campo magnético [Teslas][T] en otras unidades $\dfrac{Weber}{m^2} = \dfrac{Wb}{m^2}$
v = velocidad [m/s]

La dirección de la fuerza como vector viene dada por la regla o nemotécnica de la mano derecha; existen varias reglas de este tipo pero usaremos la siguiente una por simplicidad.

Cuando el índice extendido de la mano derecha apunta en la dirección de $\vec{v}$ y el dedo medio apunta en la dirección de $\vec{B}$, el pulgar extendido de la misma mano apunta en la dirección de $\vec{F}$ sobre una carga positiva.



Si además de un campo magnético también se encuentra presente un campo eléctrico sus efecto se deben tener en cuenta con la siguiente expresión:

$$F = qvB\,\text{sen}\,\theta + qE \tag{4.2}$$

Ejemplo 4.2.1 Fuerza de Lorentz

Un protón entra en un campo magnético de densidad de flujo 1.5 Wb/m^2 con una velocidad de $2.0 \times 10^7\ m/s$ en un ángulo de 30° con las líneas de campo. Calcule la magnitud de la fuerza que actúa sobre el protón.

SOLUCIÓN

$$F = qvBsen\theta = (1.6 \times 10^{-19}\ \text{C})(2.0 \times 10^7\ \text{m/s})\text{sen}30° = 2.4 \times 10^{-12}\ \text{N}$$

Ejemplo 4.2.2 Fuerza de Lorentz y radio de curvatura

Un electrón se acelera desde el reposo a través de una diferencia de potencial de 800 V. Después se mueve perpendicularmente a un campo magnético de 0.003 T. Encuentre el radio de su órbita y su frecuencia orbital.

SOLUCIÓN

La partícula en el campo magnético describirá un radio de curvatura r; usaremos las fórmulas de fuerza centrípeta $F = mv^2/r$ y la de potencial eléctrico para encontrar la rapidez del objeto.
A) Primero obtenemos la rapidez del objeto.

$$V = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{q}$$

$$V = \frac{mv^2}{2q}$$

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \tag{4.3}$$

Sabemos que la partícula desarrollará una trayectoria curva por lo que al igualar la fuerza

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

$$r = \frac{mv^2}{qvB}$$

$$r = \frac{mv}{qB} \tag{4.4}$$

igualamos (4.2) y (4.3) y así obtenemos

$$r = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2qV}{m}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2qm^2V}{q^2m}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mV}{q}} = \frac{1}{0.003\text{ T}}\sqrt{\frac{2(9.1\times10^{-31}\text{ kg})(800\text{ V})}{1.6\times10^{-19}\text{ C}}} = 0.0317\text{ m}$$

4.3. Fuerzas magnéticas sobre conductores con corriente eléctrica

Cualquier carga que se mueva bajo un campo magnético experimentara una fuerza, y como un conductor que porta corriente eléctrica no es otra cosa que un conjunto de cargas desplazando en una misma dirección también serán sensibles a esta fuerza, por lo que la fuerza magnética total sobre el alambre es la suma de todas las fuerzas magnéticas sobre las cargas individuales. Esto abliga al conductor portador de corriente a moverse de su posición original.

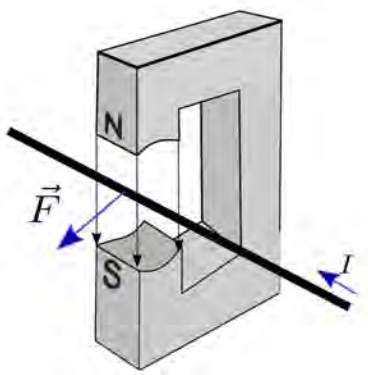


Figura 4.4: Fuerza sobre un segmento de alambre.

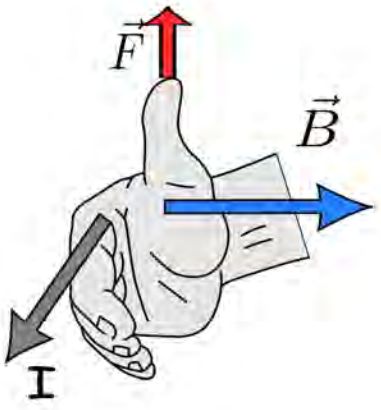
Los experimentos demuestran que la dirección de la fuerza $\vec{F}$ siempre es perpendicular a la dirección de la corriente y también perpendicular a la dirección del campo magnético, $\vec{\mathbf{B}}$.

$$F = qvBsen\theta = q\left(\frac{L}{t}\right)Bsen\theta$$

$$F = \left(\frac{q}{t}\right)LBsen\theta$$

$$F = ILBsen\theta \tag{4.5}$$

F = fuerza en [N]
L = longitud del conductor en [m]
B = campo magnético en [T]
I = corriente eléctrica [A]



Para determinar la dirección que tomará esta fuerza se utiliza la regla de la mano derecha un poco modificada: *El sentido de la fuerza se obtiene apuntando los dedos de la mano en dirección de la corriente I, y luego doblándolos hacia B. El pulgar extendido apunta en dirección de F*

Ejemplo 4.3.1 Fuerza magnética sobre un conductor

¿Cuánta corriente fluye en un alambre de 4.80 m de largo si la fuerza máxima sobre él es de 0.750 N cuando se coloca en un campo uniforme de 0.0800 T?

SOLUCIÓN

La fuerza es máxima cuando el conductor y el campo son perpendiculares.

$$F = ILB \operatorname{sen}\theta$$

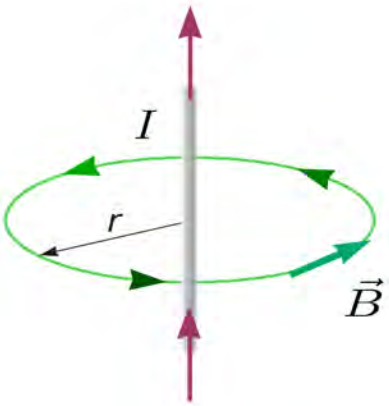
$$I = \frac{F}{BL \operatorname{sen}\theta^{\circ}} = \frac{0.75 \text{ N}}{(4.8 \text{ m})(0.08 \text{ T})(\operatorname{sen} 90^{\circ})} = 1.95 \text{ A}$$

4.4. Fuentes de campos magnéticos

Ampère no solo concluyó que el movimiento de cargas es la causa del campo magnético en un conductor, también establece una regla para calcular el campo producidos en conductores donde circule una corriente. La expresión formal requiere de matemáticas avanzadas por lo que solo daremos la forma de calcular el campo $\vec{B}$ para diferentes configuraciones: conductores largos, bobinas, solenoides y toroides, sin dar una demostración formal del origen de tales formulas; haremos uso de una de las tantas reglas de la mano derecha para determinar el sentido de la circulación del campo magnético.

Si se empuña un conductor largo y recto con corriente con la mano derecha, el pulgar se extiende apuntando en la dirección de la corriente I. Los demás dedos doblados indican el sentido circular de las líneas del campo magnético.

4.4.1. Campo magnético debido a un largo alambre



Calcularemos el campo producido en un conductor recto.

En este caso las líneas de campo forman un circunferencia, el campo es tangente y tiene la misma magnitud en todos los puntos alrededor de la circunferencia, además se debe notar que el campo siempre es perpendicular a la trayectoria del radio.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\mu r}$$

B = campo magnético [T]
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A = permeabilidad magnética del espacio vacio
I = corriente [A]
r = radio con respecto al centro del conductor [m]

Ejemplo 4.4.1 Campo producido en un conductor recto

¿Cuál es el campo magnético debido a una corriente en un punto P a 10 cm de del centro de un conductor por el cual circula una corriente de 25 A?

SOLUCIÓN

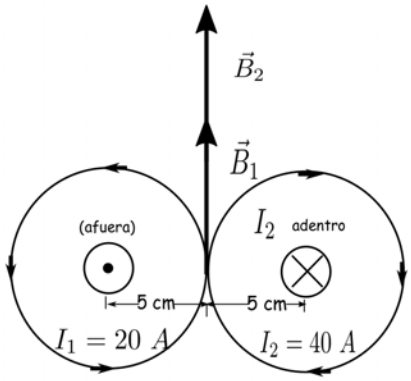
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T m/A})(25\ \text{A})}{(2\pi)(0.1\ \text{m})} = 50 \times 10^{-6}\ \text{T} = 50\ \mu\text{T}$$

Ejemplo 4.4.2 Campo entre dos conductores rectos

Dos alambres largos fijos paralelos, A y B, están separados 10 cm en el aire y llevan 40 A y 20 A, respectivamente, en direcciones opuestas. Determine el campo resultante a) en una línea a medio camino entre los alambres y paralela a ellos.

SOLUCIÓN

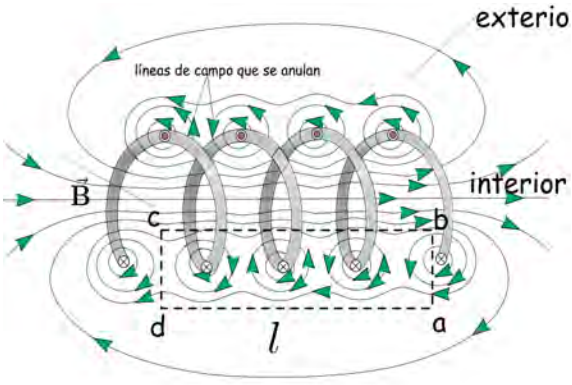
El alambre 1 que porta corriente I_1 hacia fuera de a pagina y el alambre 2 que porta corriente I_2 hacia la página producen ambos campos magnéticos cuyas líneas son círculos alrededor de sus respectivos alambres. Las direcciones se obtienen con la regla de la mano derecha. En el punto medio ambos vectores apunta en la misma dirección, son colineales y se suman.



$$\begin{aligned}\vec{B_T} =& \vec{B_1} + \vec{B_2} \\ &= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi r}(I_1 + I_2) \\ &= \frac{4\pi \times 10^{-7}\ \text{T m/A}}{(2\pi)(0.05\ \text{m})}(20 + 40)\ \text{A} \\ &= 2.4 \times 10^{-4}\ \text{T}\end{aligned}$$

4.4.2. Campo producido en un solenoide

Ahora evaluaremos el campo producido en el interior de un solenoide o bobina con muchas vueltas de alambre.



Afuera del solenoide las lineas de campo se dispersan y el campo es extremadamente débil; por su parte, la siguiente expresión nos da el campo magnético en el interior del solenoide.

$$B = \frac{N\mu_0 I}{l}$$

B = campo magnético
N = número de vueltas del solenoide
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A
l = longitud del solenoide [m]
I = corriente [A]

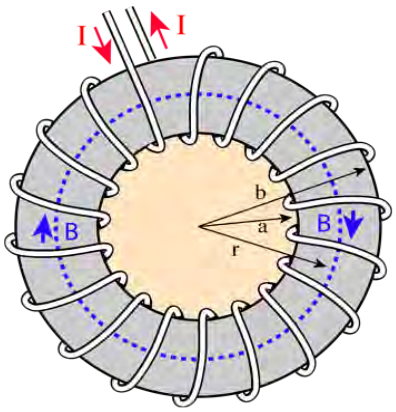
Ejemplo 4.4.3 Campo en un solenoide

Un solenoide con núcleo de aire de 50 cm de longitud tiene 4 000 vueltas de alambre enrolladas en él. Calcule B en su interior cuando en el devanado existe una corriente de 0.25 A.

SOLUCIÓN

$$B = \frac{N\mu_0 I}{l} = \frac{4000(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T.m/A})(0.25\ \text{A})}{0.5\ \text{m}} = 2.51 \times 10^{-3}\ \text{A} = 02.51\ \text{mT}$$

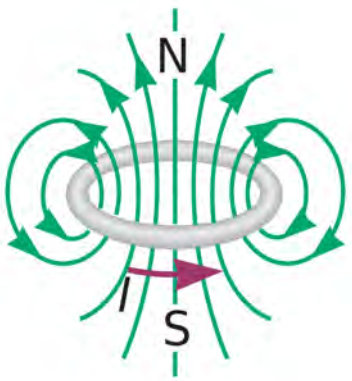
A continuación se muestran los campos producidos en el interior de un toroide y una bobina circular.



$$B = \frac{\mu_0 nI}{2\pi r}$$

n= numero de vueltas del toroide
I= corriente [A]
r= radio del toroide [m]

Campo producido en el interior de un toroide



$$B = \frac{\mu_0 nI}{2\pi r}$$

I = corriente [A]
r = radio del anillo [m]
n = número de vueltas

Campo producido en el interior de un anillo

Ejemplo 4.4.4 Campo producido por un toroide

Un toroide con núcleo de aire y devanado uniforme tiene 750 espiras. El radio del círculo que pasa por el centro del devanado es de 5 cm. ¿Qué corriente producirá en el devanado un campo de 1.8 mT en el círculo central?

SOLUCIÓN

Despejamos la corriente de la expresión de campo en el interior de un toroide y obtenemos

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2\pi r}$$

$$I = \frac{2\pi Br}{n\mu_0} = \frac{2\pi(1.8 \times 10^{-3}\ \text{T})(0.05\ \text{m})}{(750)(4\pi \times 10^{-7}\ \text{Tm/A})} = 0.6\ \text{A}$$

El caso del toroide es mu interesante ya que se puede decir que solo existe campo magnético en el interior del enrollado de alambre|, fuera del toro o dona el campo magnético es prácticamente nulo.

4.5. Torca magnética

Una espira de corriente o bucle de alambre, con corriente I, bajo un campo magnético uniforme $\vec{B}$ tiende a girar. El giro es producto de la fuerza magnética sobre el conductor portador de corriente, aun así la fuerza neta es cero; el hecho de que la espira tienda a girar, tiene aplicación práctica en el principio de operación de un motor eléctrico.

$$\tau = NIBAsen\theta \tag{4.6}$$

τ = torca [N.m]
I = corriente [A]
A = área de la espira [m^2]
B = campo magnético en [T]

Ejemplo 4.5.1 **Torca o par magnético sobre una bobina**

Una bobina rectangular plana de 25 vueltas está suspendida en un campo magnético uniforme de $0.20 Wb/m^2$. El plano de la bobina es paralelo a la dirección del campo. Las dimensiones de la bobina son: 15 cm perpendicular a las líneas de campo y 12 cm paralelas a ellas. ¿Cuál es la corriente en la bobina si sobre ella actúa una torca de 5.4 Nm?

SOLUCIÓN

Al ser perpendicular el ángulo marca 90° y por lo tanto $sen(90°) = 1$

$$\tau = NIBA$$

$$I = \frac{\tau}{NBA} = \frac{5.4 \text{ N.m}}{(25)(0.2 \text{ T})(0.15\text{m})(0.12\text{m})} = 60 \text{ A}$$

4.6. Principio del motor eléctrico

En síntesis, un motor eléctrico transforma energía eléctrica en movimiento; el primer motor fue construido por Michael Faraday en 1831. Los elementos esenciales que constituyen un motor de corriente continua son: un campo magnético, un conductor móvil bajo el campo llamado armadura, un conmutador y una escobilla; la fuente de campo puede ser de imanes permanentes o un electroimán; las líneas de campo salen del polo norte, cruzan el entre hierro (espacio entre los dos polos), cuando se suministra corriente continua a través de las escobillas y el conmutador, también se origina un flujo magnético alrededor de la armadura lo que genera un giro "par" que hace funcionar al motor.

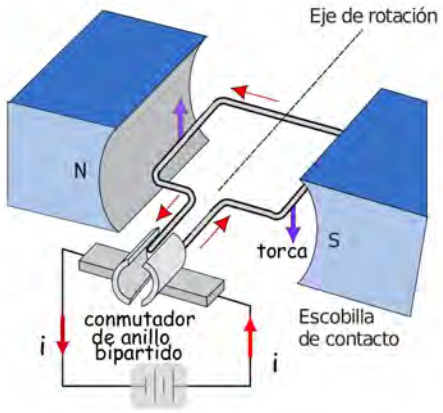


Figura 4.5: Esquema simplificado de un motor de corriente continua.

4.7. Teoría del magnetismo de una sustancia

No todas las sustancias son susceptibles de presentar magnetismo permanente en forma de imán, y no todos son atraídos por un imán. No obstante todos los metales pueden convertirse en electroimanes. Podemos clasificar a los elementos como ferromagnéticos, a aquellos que pueden presentar un magnetismo permanente, y que son afectados fuertemente por un campo magnético; paramagnéticos a los que son afectados muy levemente por un campo magnético, y los diamagnéticos, que son poco afectados por un campo magnético.

Seguramente alguna vez has construido un electroimán como proyecto escolar enrollando alambre a una pieza de hierro. Lo que es menos factibles, es que el núcleo del electroimán fuera de cobre o de aluminio, y mucho menos de plástico; existe una razón para armar el electroimán de cierta forma, y es que se escogen los materiales de manera que incremente el efecto magnético en términos cualitativos; la clasificación del magnetismo de una sustancia se da a través de la permeabilidad relativa del material k_M.

- **Materiales diamagnéticos**. Tienen valores para k_M ligeramente menores que la unidad (por ejemplo, 0.999984 para el plomo sólido). Estos materiales hacen disminuir ligeramente el valor de B en el solenoide.
- **Materiales paramagnéticos**. Tienen valores para k_M ligeramente mayores que la unidad (por ejemplo, 1.000 021 para el aluminio sólido). Estos materiales incrementan ligeramente el valor de B en el solenoide.
- **Materiales ferromagnéticos**. El hierro y sus aleaciones, tienen valores k_M de alrededor de 50 o mayores, y en consecuencia aumentan considerablemente el valor de B en un solenoide.

4.7.1. Teoría moderna del magnetismo en un imán

La explicación de por qué un material ferromagnético puede convertirse en un imán permanente radica en la estructura atómica del material y en el giro del electrón, cada carga en movimiento se comporta como un pequeño imán de barra, pero no todos los electrones giran en la misma dirección por lo que no presenta un efecto de imán a gran escala, en el momento en que los giros de los

electrones se alinean y apuntan en la misma dirección se crea un imán permanente; la manera de lograr una alineación en un sentido, es sometiendo al material a un intenso campo magnético.

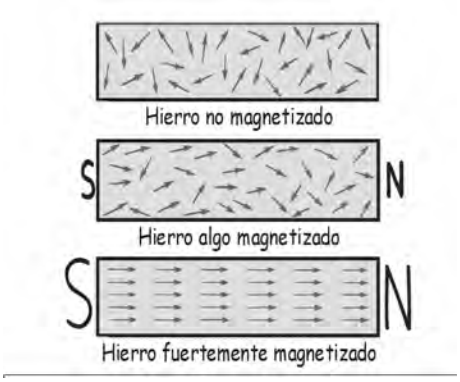


Figura 4.6: Dominios magnéticos en un material.

Ejercicios de campo magnético

Fuerza de Lorentz

1. Un protón ($q = 1.6 \times 10^{-19}$ $mathrmC$) se inyecta de derecha a izquierda en un campo B de 0.4 T dirigido hacia la parte superior de una hoja de papel. Si la velocidad del protón es de 2×10^6 m/s, ¿cuál es la magnitud y el sentido de la fuerza magnética sobre el protón.
Resp. 1.28×10^{-13} N

2. Un electrón se mueve a una velocidad de 5×10^5 m/s formando un ángulo de 60° al norte de un campo **B** dirigido al este. El electrón experimenta una fuerza de 3.2×10^{-18} N dirigido hacia adentro de la página. ¿Cuáles son la magnitud de **B** y la dirección de la velocidad?
Resp. 46.2 µT

Fuerza sobre un conductor

3. Un alambre de 1 mm de longitud conduce una corriente de 5.00 A en dirección perpendicular a un campo magnético B de 0.034 T. ¿Cuál es la fuerza magnética sobre el alambre?
Resp. 13.6 A

4. Un trozo de alambre de 24 cm de longitud forma un ángulo de 32° por encima de un campo horizontal **B** de 0.44 T sobre el eje x positivo. ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la corriente necesaria para producir una fuerza de 4 mN dirigida hacia fuera de la hoja?
Resp. 71.5 mA

Fuentes de campo magnético ley de Ampère

5. Un solenoide largo que tiene 1 000 vueltas distribuidas de manera uniforme en una longitud de 0.400 m, produce un campo magnético de magnitud 1×10^{-24} T en su centro. ¿Qué corriente es necesaria en las bobinas para que eso ocurra?
Resp. 3.8 mA

6. Una bobina circular con 40 vueltas de alambre en el aire tiene 6 cm de radio y está en el mismo plano de la hoja. ¿Qué corriente deberá pasar por la bobina para producir una densidad de flujo de 2 mT en su centro?
Resp. 4.77 A

7. Un toroide con núcleo de aire y devanado uniforme tiene 750 espiras. El radio del círculo que pasa por el centro del devanado es de 5 cm. ¿Qué corriente producirá en el devanado un campo de 1.8 mT en el círculo central?
Resp. 0.6 A.

8. Dos alambres paralelos largos A y B están fijos a una distancia de 10 cm entre sí en el aire, y conducen corrientes de 6 A y 4 A, respectivamente, en direcciones opuestas. Determine la densidad de flujo neta en un punto intermedio entre los alambres.
Resp. 40 µT

Capítulo 5

Inducción magnética

La inducción magnética es un proceso por el cual una campo magnético variable en el tiempo activa un campo eléctrico también cambiante; la inducción tiene múltiples aplicaciones practicas, de la que se destaca la generación de energía eléctrica sin la cual nuestra civilización sería inimaginable.

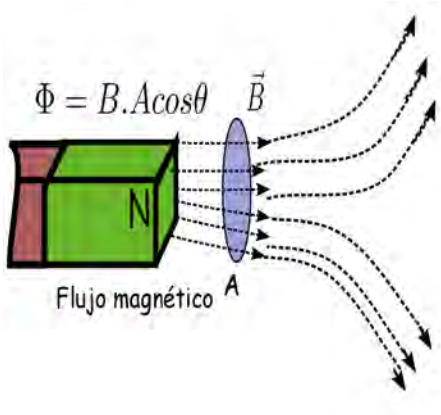
Después de que Oersted demostró que un campo eléctrico en movimiento "una corriente eléctrica" activa el campo magnético, la pregunta era si el campo magnético podría generar una corriente eléctrica.

Michael Faraday, un prolífico experimentador, dio con una respuesta afirmativa. Encontró que en un circuito cerrado se produce una fuente de voltaje y una corriente siempre que el flujo magnético cambie. Faraday trasladó este experimento fundamental a una aplicación práctica en el momento que construyó el primer generador eléctrico. Para ello montó un disco de cobre donde una parte se encuentra entre los polos de un imán en forma de herradura, al hacer girar el disco de cobre, este cruza permanentemente las lineas de campo y crea una corriente continua.

La interpretación de Faraday sobre la inducción magnética requiere un circuito eléctrico donde el campo magnético cambie con el tiempo; pero una interpretación más profunda indica que un campo magnético que varía en el tiempo actúa como fuente de campo eléctrico en cualquier región del espacio. También completa el esquema al decir que un campo eléctrico que varía con el tiempo actúa como fuente de un campo magnético.

5.1. Flujo magnético

El flujo magnético Φ indica el numero de líneas de campo magnético $\vec{B}$ (que salen del polo norte de un imán) que cruzan una superficie A física o de una porción del espacio; la cantidad de líneas depende tanto de intensidad de campo, como de la superficie y su inclinación con respecto al campo.



$$\Phi = BA\cos\theta \tag{5.1}$$

Φ = flujo magnético Weber[Wb]
B= campo magnético [T]
A= área $[m^2]$

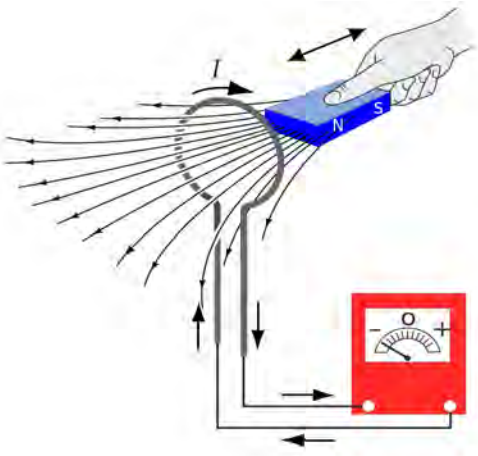
Ejemplo 5.1.1 Flujo magnético

Un campo magnético uniforme de 0.50 T de magnitud se dirige perpendicular al plano de una espira rectangular que tiene dimensiones de 8.0 por 12 cm. Encuentre el flujo magnético a través de la espira.

SOLUCIÓN

$$\Phi = BA\cos\theta = (0\,5\text{ T})(0\,08\text{ m})(0\,12\text{ m})(\cos 0^\circ) = 4.8\times10^{-4}\text{ Wb}$$

5.2. Ley de Faraday



Cuando un imán se mueve hacia una espira de alambre conectado a un instrumento de medición, el dispositivo registra una corriente. Lo mismo pasa si la fuente de campo se aleja del enrollado de alambre. Si el imán se queda quieto no existe ningún registro. Se concluye que la existencia de flujo magnético a través de una área, no es suficiente para crear una f.e.m (fuerza electro motriz) inducida. Debe ocurrir un cambio en el flujo magnético a través de cierto intervalo de tiempo.

.[1]

[1]Hewitt, G., Paul. (2016). *Física conceptual* (12^a. ed.)pag(490). México: Pearson.

Ley de Faraday

Se crea un campo eléctrico en cualquier región del espacio en la que cambie un campo magnético con el paso del tiempo. La magnitud del campo eléctrico inducido es proporcional a la rapidez con la que cambia el campo magnético. La dirección del campo inducido es perpendicular al campo magnético que cambia

$$V = -N\frac{\Delta\Phi}{t} \tag{5.2}$$

V = voltaje de [V]
N = numero de vueltas de la bobina
$\Delta\Phi$ = variación de flujo [Wb]
t = tiempo en [s]

Se produce una corriente inducida si al alguna de las siguientes condiciones se cumple.

- Cambia la intensidad del campo magnético al acercar o alejar un imán de una bobina o bien al acercar la bobina al imán.
- Cambia el área de la espira.
- Cambia el ángulo entre el área de la espira y la dirección del campo. Se produce un cambio de flujo como resultado de un cambio en la orientación de la espira.

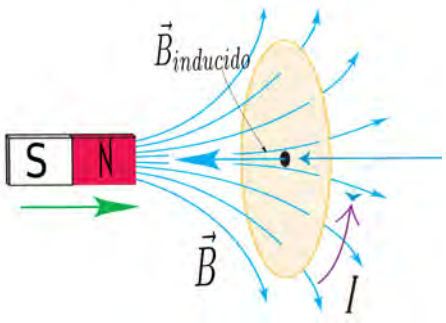
5.3. Ley de Lenz

En cualquier enrollado de alambre el proceso de acercar un imán genera una corriente en el circuito. Como se expuso, cada vez que una corriente circula por un conductor, ésta creará un campo magnético; este campo magnético creado en la bobina tendrá una dirección que es opuesta al campo que se acerca, frenando el cambio de flujo; si la fuente de campo disminuye, la bobina reacciona creando un campo magnético en dirección opuesta a la del imán, tratando de impedir que éste se aleje; se puede observar que la corriente inducida siempre se opone al cambio de flujo a través del circuito.

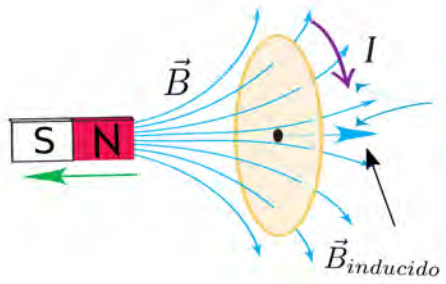
La ley de Lenz, además de darnos el sentido de la corriente, también indica que una vez que el cambio de flujo cese la corriente dejará de fluir; además indica que aunque la bobina trate de impedir un cambio en el flujo, ésta nunca lo logrará por completo, si fuese así nunca fluiría corriente.

Ley de Lenz

Una fem (fuerza electromotriz) inducida en una espira o bobina de alambre tiene una dirección tal que la corriente que origina, genera su propio campo magnético que se opone al cambio de flujo magnético que pasa por esa espira o bobina.



El movimiento del imán provoca un flujo creciente hacia la derecha. El campo inducido a través de la espira apuntará hacia la izquierda, y la dirección de la corriente en sentido antihorario.



El movimiento hacia la izquierda del imán ocasiona un flujo descendente en la espira, el campo inducido es hacia abajo y cambia la dirección ahora en sentido horario.

Ejemplo 5.3.1 Fem inducida

El flujo magnético que atraviesa una espira de alambre se reduce de 0.35 a 0.15 Wb en 0.20 s. La corriente inducida promedio en la bobina es de 10 A. Calcule la resistencia del alambre.

SOLUCIÓN

$$V = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{-(0.15 - 0.35)\ [\text{Wb}]}{0.2\ \text{s}} = 1\ \text{V}$$

$$V = RI$$

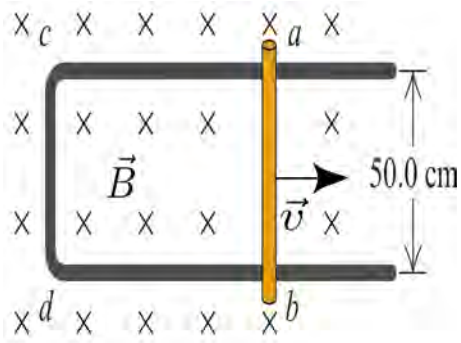
$$R = \frac{V}{I} = \frac{1\ \text{V}}{10\ \text{A}} = 0.1\ \Omega$$

Ejemplo 5.3.2 Inducción en conductores

La varilla conductora *ab* que se muestra en la figura hace contacto con los rieles metálicos *ca* y *db*. El aparato está en un campo magnético uniforme de 0.800 T, perpendicular al plano de la figura.

a) Calcule la magnitud de la fem inducida en la varilla cuando ésta se mueve hacia la derecha on una rapidez de 7.50 m/s.

b) Si la resistencia del circuito abdc es de 1.50 Ω (que se supone constante), calcule la fuerza (magnitud y dirección) requerida para mantener la varilla moviéndose hacia la derecha con rapidez constante de 7.50 m/s. Ignore la fricción.



SOLUCIÓN

Para el el inciso a)

$$f.e.m = -N\frac{BA}{t} = -N\frac{BxL}{t} = -N(BL)\frac{x}{t} = -NBvL$$

$$f.e.m = -1(0.8\text{ T})(7.5\text{ m/s})(0.5\text{ m}) = -3\text{ V}$$

Para el inciso b) calculamos la corriente y luego con la fuerza del campo sobre un conductor encontramos la fuerza requerida

$$I = \frac{V}{R} = \frac{3\text{ V}}{1.5\ \Omega} = 2\text{ A}$$

$$F = NILB = 1(2\text{ A})(0.5\text{ m})(0.8\text{ T}) = 0.8\text{ N}$$

5.4. Generador eléctrico

Básicamente un generador eléctrico es una máquina que convierte energía mecánica en eléctrica. La producción de corriente eléctrica se da por rotación de un grupo de conductores dentro de un campo magnético. Sabemos por la ley de Faraday que una forma de inducir voltaje es variar el flujo dentro de un conductor, esto se logra al hacer girar el conducto en forma de espira entre los polos de un imán.

Estos circuitos de corriente necesitan una fuente externa para girar, el impulso es provisto por motores térmicos, caídas de agua, el impulso del viento, etc. La corriente que proporcionan estas máquina solo es de dos tipos: de corriente alterna o continua.

5.4.1. Generador de corriente alterna o alternador

Una espira de alambre, llamada armadura, se hace girar mecánicamente dentro de un campo magnético, con propulsión externa. En la conexión, cada anillo esta permanentemente conectado a los extremos respectivos de la bobina rotatoria de manera que el voltaje inducido aparece entre los anillos, las escobillas están unidas a los anillos rozantes haciendo contacto con ellos. Al girar la bobina los anillos se deslizan con la bobina manteniendo contacto eléctrico con ellas, así pues cada escobilla siempre esta en contacto con el anillo rozante conectado al extremo de la bobina, el resultado es que en las escobillas se genera un voltaje de corriente alterna c.a.

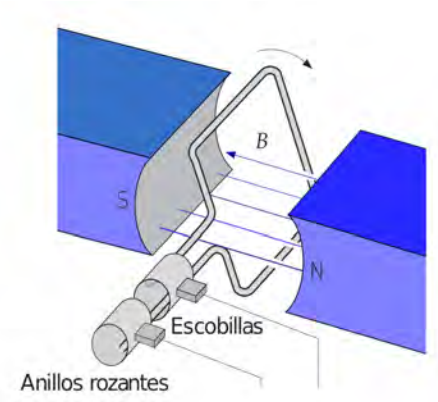


Figura 5.1: Generador de corriente alterna.

5.4.2. Generador de corriente continua

Un generador básico de corriente continua contiene una fuente de campo magnético proporcionado por imanes permanentes. Un conductor en forma de espira que esta colocado entre los polos de los imanes se hace girar; cuando ésta gira las fuentes de campo inducen un voltaje entre los extremos de la bobina, como el voltaje es de forma sinusoidal se debe interrumpir. Para que no cambie de polaridad, el diseño incluye un anillo partido o anillo conmutador.

El anillo corta el flujo de corriente al exterior permitiendo que ciclo se regenere ya que por un instante no existe conexión entre los conductores.

El conmutador se comunica al exterior por un elemento llamado escobillada; en este diseño el voltaje de salida siempre tiene la misma polaridad y la corriente nunca cambia de signo.

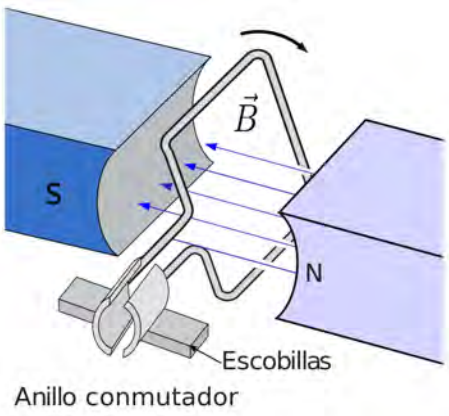


Figura 5.2: Generador básico de corriente continua.

El funcionamiento de todos los generadores básicos es contrario al del motor eléctrico.

5.5. Resumen leyes de Maxwell

Como no es uno de los propósitos del programa de Física II, pero al ser de gran relevancia, a continuación sólo enunciamos las leyes de Maxwell.

- Las líneas de campo eléctrico se originan en las cargas positivas y terminan en cargas negativas.
- Las líneas de campo magnético siempre forman rizos cerrados; no comienzan o terminan en alguna parte.
- Un campo magnético variable induce una fem y por lo tanto un campo eléctrico.
- Los campos magnéticos se generan mediante cargas en movimiento (o corrientes). [2]

[2] Serway, R. (2017). *Fundamentos de física* (9^a ed., Vol. 2). P. 739. México: Pearson.

Ejercicios de inducción magnética

ley de Faraday

1. Una espira circular de 12.0 cm de radio se coloca en un campo magnético uniforme. a) Si el campo se dirige perpendicular al plano de la espira y el flujo magnético a través de la espira es 8.00×10^{-3} T/m^2, ¿cuál es la intensidad del campo magnético? b) Si el campo magnético se dirige paralelo al plano de la espira, ¿cuál es el flujo magnético a través de la espira?
Resp. a) 0.177 T, b) 0 Wb.

2. Una espira rectangular tiene un área de 200 cm^2 y el plano de la espira forma un ángulo de 41° con un campo magnético de 0.28 T. ¿Cuál es el flujo magnético que penetra la espira?
Resp. 3.67×10^{-3} Wb

3. Un lazo circular de alambre de 15 cm de diámetro, se co- loca en un campo magnético de 0.50 T. a) Cuando el plano del lazo es perpendicular a las líneas de campo, ¿cuál es el flujo magnético a través del lazo? b) El plano del lazo se gira hasta que forma un ángulo de 35° con las líneas de campo. ¿Cuál es el ángulo θ para esta situación? c) ¿Cuál es el flujo magnético a través del lazo a este ángulo?
Resp. a) 8.8×10^{-3} Wb, b) 55°, c)5.1×10^{-3} Wb

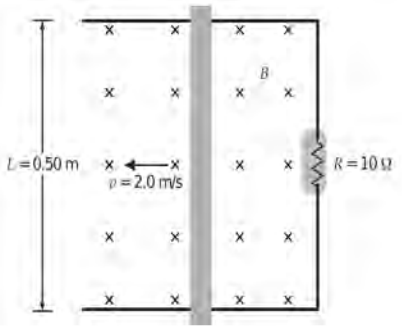
4. Un lazo de alambre, de 12.0 cm de diámetro, inicialmente está orientado de forma perpendicular a un campo magnético de 1.5 T. El lazo se gira de modo que su plano es paralelo a la dirección del campo en 0.20 s. ¿Cuál es la fem inducida promedio en el lazo?
Resp. 8.5×10^{-2} V

5. Una bobina de alambre de 8 cm de diámetro tiene 50 espiras y está colocada dentro de un campo B de 1.8 T. Si el campo B se reduce a 0.6 T en 0.002 s, ¿cuál es la fem inducida?
Resp. -151 V

6. Una bobina de 120 espiras tiene 90 mm de diámetro y su plano está en posición perpendicular a un campo magnético de 60 mT generado por un electroimán cercano. Cuando la corriente del electroimán se interrumpe y el campo desaparece, una fem de 6 V es inducida en la bobina. ¿Cuánto tiempo tarda el campo en desaparecer?
Resp. 7.63 ms

7. El flujo que pasa por una bobina de 200 espiras cambia de 0.06 a 0.025 Wb en 0.5 s. La bobina está conectada a una lámpara eléctrica y la resistencia combinada es de 2 Ω. ¿Cuál es la fem inducida promedio y qué corriente promedio se está suministrando al filamento de la lámpara.
Resp. -14 V, 7 A

8. En la figura una barra metálica de longitud L se mueve en una región de campo magnético constante. Ese campo se dirige hacia la página si la magnitud del campo magnético es de 250 mT, ¿cuál es la corriente?
Resp. 25×10^{-3} A



Parte II

Unidad II
Ondas: mecánicas y electromagnéticas

Capítulo 6

Ondas periódicas

Los fenómenos ondulatorios no son ajenos a nuestra cotidianidad, a pesar de que el oído y la vista evolucionaron para percibir alteraciones ondulatorias de distintos tipos, pocas veces reparamos en su existencia. Y sin embargo cuando miramos con atención el mundo podemos encontrar por doquier manifestaciones de fenómenos ondulatorios que generan ondas como las olas que se acercan y alejan en una playa, las cuerdas agitándose en instrumentos musicales, o los círculos y los risos en el agua resultado de alterar la aparente tranquilidad de un estanque, ruidos en la calle, la luz que vemos, todos ellos son fenómenos ondulatorios, solo por mencionar algunos.

¿Pero qué es una onda? Y ¿qué diferencia existe con una partícula?

Podríamos dar una respuesta a la primera pregunta de la siguiente manera: Las ondas son oscilaciones en un medio, o en otras palabras movimientos de ida y vuelta en torno a un punto de equilibrio. Las vibraciones surgen en el momento de alterar el entorno. Tomemos como ejemplo un medio físico elástico.[1] Si aplicamos una fuerza sobre una partícula la forzamos a cambiar su estado de equilibro; sin embargo, esta partícula en el material no está aislada, ella permanece unida a otras partículas por medio de fuerzas intermoleculares con partículas vecinas, estas moléculas vecinas tratan de regresar a la partícula a su estado de equilibrio por medio de una fuerza restauradora; pero en este proceso las moléculas también comienzan a vibrar. A esto se denomina propagación. La onda generada por la oscilación de las partículas propaga energía y cantidad de movimiento.

Podemos notar que la ondas generada no tiene una ubicación precisa mientras que las partícula del ejemplo son entes que poseen una ubicación precisa en el espacio, y que además poseen masa. Esta es una diferencia con las ondas, dado que no se puede decir que estas tienen una masa especifica. [2]

A los vaivenes de las partículas en un medio físico se le denomina onda mecánica; no obstante no todas las ondas se propagan en un medio físico, algunas como las electromagnéticas pueden desplazarse en el vacío total. Las ondas electromagnéticas reciben una atención especial por parte de la física debido a las aplicaciones practicas que se les da.

Como existen una gran cantidad de ondas, algunas visibles como las ondas en una cuerda, y otras invisibles como el sonido y la luz, las clasificamos de acuerdo con su forma de propagación, el

[1] Un medio elástico tiene la capacidad para volver de manera precisa a la configuración original después de ser distorsionado.

[2] La diferencia entre onda y partícula que hemos establecida corresponde a la denominada física clásica. En física moderna definir una partícula es bastante más complejo, lo mismo ocurren con la relación onda y partícula

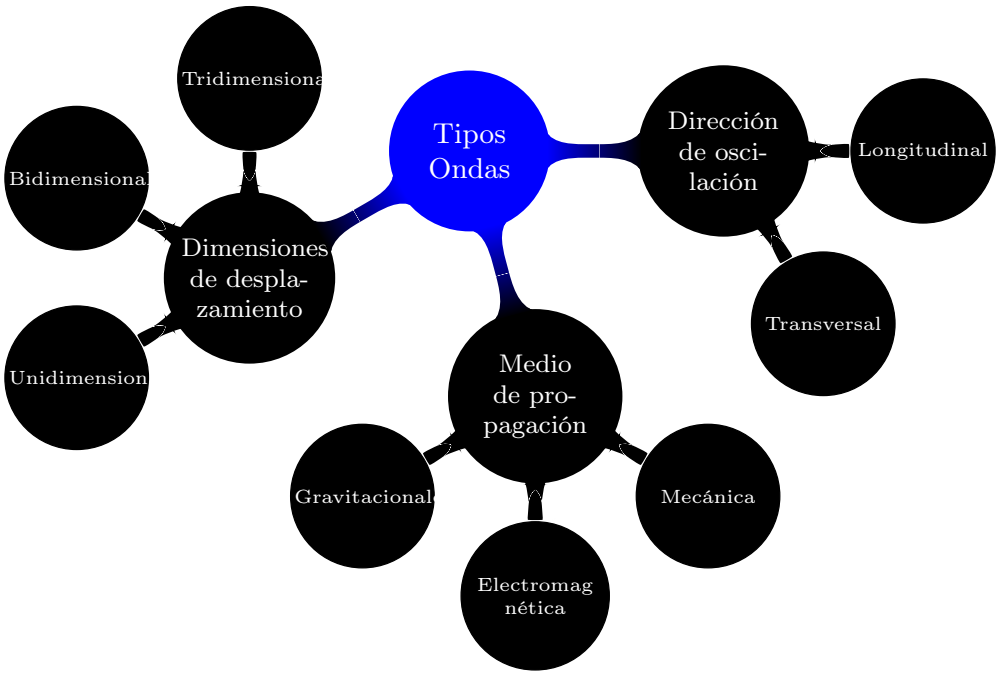


Figura 6.1: Clasificación de ondas

medio en que se propagan, etc.

Las ondas presenta fenómenos muy interesantes con aplicaciones prácticas. Debido al gran número de ondas expondremos principalmente los fenómenos ondulatorios usando el comportamiento de la luz.

Una onda viajera es una perturbación autónoma de un medio, que se mueve en el espacio transportando energía y cantidad de movimiento.

6.1. Características de las ondas

la amplitud (A) de una onda es la magnitud del desplazamiento máximo, es decir, la distancia máxima respecto a la posición de equilibrio de la partícula.

la longitud de onda λ es la distancia entre dos partes sucesivas cualesquiera que estén en fase (es decir, en puntos idénticos de la forma de onda); esta longitud de onda se mide en metros [m].

La frecuencia (f) de una onda periódica es el número de ciclos por segundo; esto es, el número de formas de onda completas o longitudes de onda que pasan por un punto dado durante cada segundo; la unidad de la frecuencia es el Hertz [Hz]

El periodo $T = 1/f$ es el tiempo que tarda una forma de onda completa (una longitud de onda) en pasar por un punto dado; el periodo se mide en segundos [s].

$$v = \lambda f \tag{6.1}$$

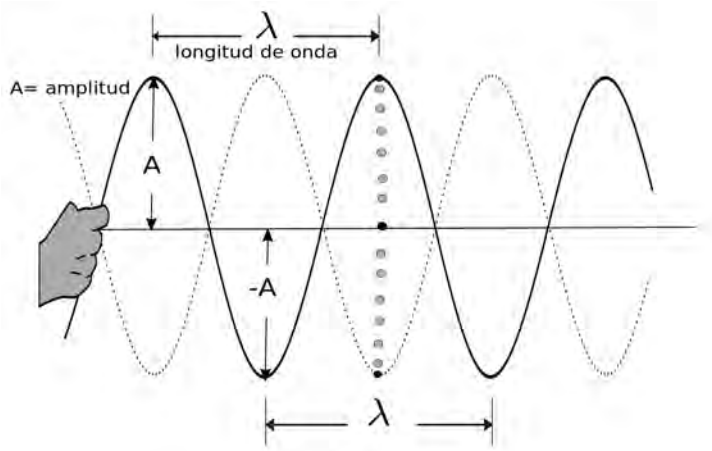


Figura 6.2: Onda periódica en un cuerda.

$$v = \frac{\lambda}{T} \tag{6.2}$$

v = rapidez [m/s]
λ = longitud de onda [m]
f = frecuencia Hertz [Hz]
T = periodo [s]

Ejemplo 6.1.1 Rapidez de una onda

Las ondas de luz viajan en el vacío con una rapidez de 3×10^8 m/s. La frecuencia de la luz visible es de aproximadamente 5×10^{14} Hz. ¿Qué longitud de onda aproximada tiene la luz?

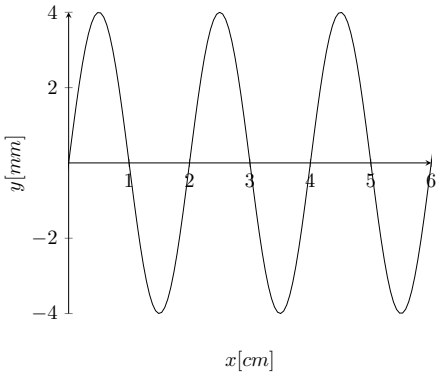
SOLUCIÓN

$$v = \lambda f$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{5 \times 10^{14} \text{ Hz}} = 600 \times 10^{-9} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

Ejemplo 6.1.2 Ondas periódicas

La onda que se muestra en la siguiente figura emite una vibración de 50 ciclos/s. Determine lo siguiente para laonda: a) amplitud, b) frecuencia, c) longitud de onda, d) rapidez y e) periodo.



SOLUCIÓN

a) amplitud $A = 4$ mm
b) frecuencia $f = 50$Hz
c) $\lambda = 2$ cm
d) $v = \lambda f = (2 \times 10^{-2}\ \text{m})(50\ \text{Hz}) = 1\ \text{m/s}$
e) $\tau = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{50\ \text{Hz}} = 0\,02\ \text{s}$

6.2. Tipos de ondas

La primera clasificación que veremos corresponde a la dirección de propagación, transversal y longitudinal.

En una **onda transversal**, el movimiento de las partículas es perpendicular a la dirección de la velocidad de la onda. Ejemplos de tales ondas son las que forma una cuerda, o las ondas electromagnéticas.

Las ondas transversales mecánicas solo se puede propagar en sólidos, ya que los líquidos y gases no tienen fuerzas restauradoras de magnitud significativa entre partículas.

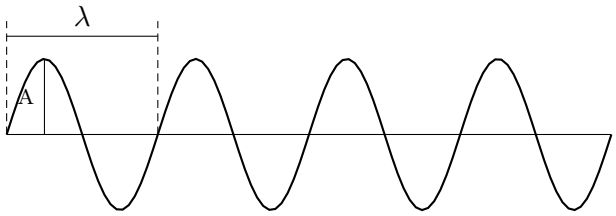


Figura 6.3: Onda transversal

En una **onda longitudinal**, las vibraciones se realizan en la dirección de propagación de la onda. Las onda longitudinales se forman fácilmente en resortes, moviendo las espirales hacia adelante y hacia atrás, a lo largo del eje del resorte.
como el la fig (6.4)

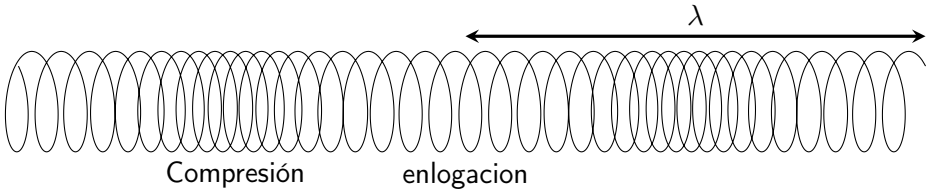


Figura 6.4: Onda longitudinal

Otro ejemplo son las ondas sonoras en el aire. Una perturbación periódica produce compresiones en el aire. Entre las compresiones hay enrarecimientos: regiones en las que se reduce la densidad del

aire, como se muestra en la fig.(6.5).

Las ondas longitudinales se pueden propagar en sólidos, líquidos y gases, ya que todas las fases de la materia se pueden comprimir en mayor o menor medida.

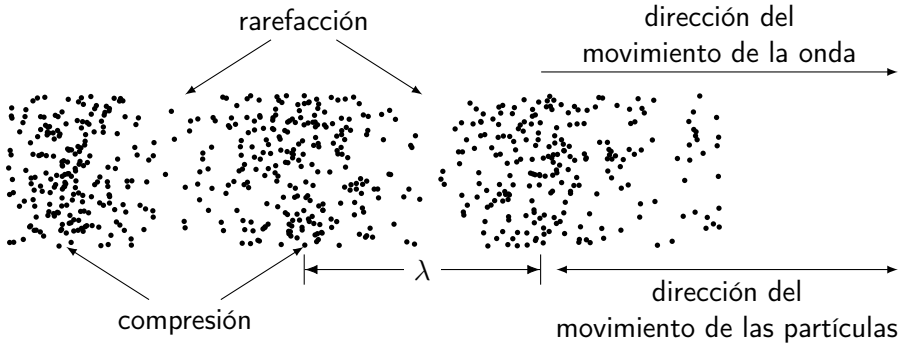


Figura 6.5: Onda longitudinal acústica en el aire.

6.3. Ondas mecánicas

La sondas mecánicas son el resultado de perturbaciones en un medio material elástico[3], aunque esto no es un condición necesaria. El medio en que se propaga la onda puede ser un gas, un líquido o un sólido. Las ondas mecánicas incluyen a un variado número de perturbaciones desde las ondas en el agua, vibraciones en cuerdas, ondas sísmicas, y ondas acústicas.

Las ondas de sonido reciben un atención especial, y es que nuestro sentido auditivo evolucionó para captar este tipo vibraciones. El sonido se propaga mejor en medios sólidos y líquidos que en el aire.

6.3.1. Ondas acústicas

El sonido es un onda mecánica longitudinal, resultado del estiramiento y compresión de un medio material como el aire, el agua o el acero. Cuando las las compresiones y rarefacciones de las ondas inciden sobre el tímpano del oído, dan como resultado la sensación de sonido; el ser humano puede captar sonidos en un rango que va de los 20 Hz a los 20,000 Hz; sonidos inferiores a estas frecuencias se les llama infrasónicos, y superiores a esta rango se les considera ultrasónicos.

La rapidez del sonido depende de la temperatura del medio, dando como promedio una velocidad $v \approx 331$ m/s.

Fenómenos acústicos: reflexión, refracción y difracción

Reflexión del sonido Es un proceso por el cual una onda encuentra un obstáculo y rebota con el mismo ángulo que llegó; la reflexión del sonido se le llama **eco**. La fracción de la energía que rebota puede ser grande si la superficie es rígida y liza, y menor si la superficie es blanda e irregular.

[3]Un medio elástico es aquel que tiene la capacidad de deformarse cuando se le aplica alguna fuerza y regresa a su forma original en el momento en que la fuerza de distorsión desaparece.

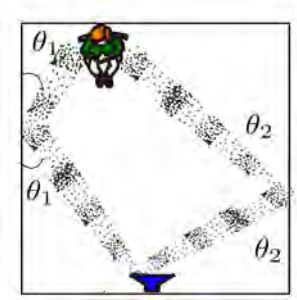


Figura 6.6: El ángulo del sonido incidente es igual al ángulo del sonido reflejado.

Refracción del sonido La refracción de onda curre cuando una onda cambia de dirección y velocidad al cambiar de medio o al cruzar la frontera entre dos medios, a través de los cuales la onda viaja con distintas rapideces.

El sonido experimenta refracción cuando la onda acústica pasa la frontera de dos medios a diferentes temperaturas y densidades, ya que la velocidad del sonido depende de la temperatura; la condición requerida para que el sonido sea refractado, es que exista una capa de aire a diferentes temperaturas, ya sea en el suelo o en aire. En el agua ocurre cuando el frente de onda pasa entre dos capaz de un mismo cuerpo a diferentes densidades.

Difracción La difracción es la curvatura de las ondas alrededor de pequeños obstáculos y la propagación de las ondas mas allá de las pequeñas aberturas. Gracias a este fenómeno podemos escuchara a a una persona a la vuelta de una esquina aunque no la veamos.

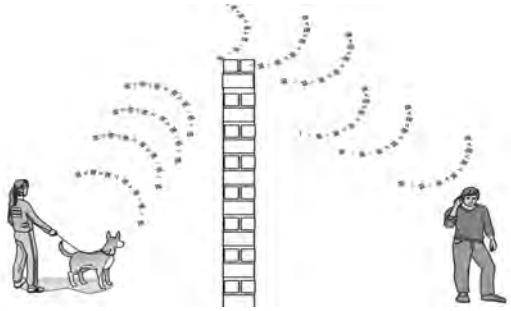


Figura 6.7: El ladrido del perro se difracta a través de la pared y el joven lo escucha del otro lado.

6.3.2. Ondas estacionarias

Las ondas estacionarias existen en una frontera bien definida, y no se propagan mas allá de este límite. Las ondas estacionarias no transmiten energía ni cantidad de movimiento. Estas ondas se producen en las cuerdas de instrumentos musicales, como aquellos que usan tubos, por ejemplo una flauta, trompeta, órgano, etc.

Imaginemos que tenemos anudada un cuerda contra una pared, a esta cuerda se le agita de arriba hacia abajo. Como la pared es muy rígida se produce una onda que rebota en la pared a lo largo de la soga, si se agita la cuerda con la frecuencia adecuada se producirá una onda estacionaria. Los

puntos que parecen quedarse inmóviles se les llama **nodos**, y los puntos de máxima amplitud que se presentan a la mita de los nodos se les llama **antinodos**.

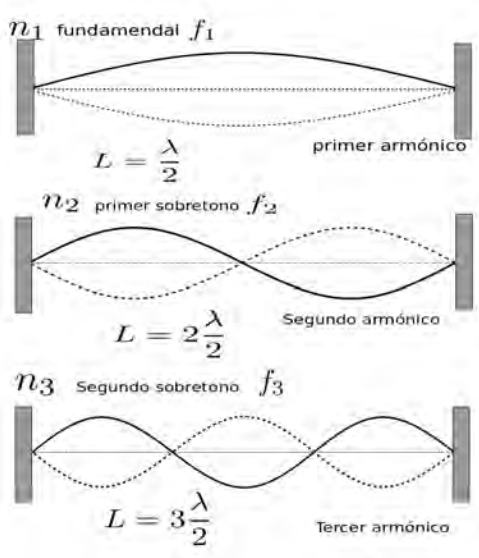


Figura 6.8: Los primero tres modos normales de una cuerda fija.

$$v = \sqrt{\frac{\text{tensión en la cuerda}}{\text{masa por unidad de longitud}}} \tag{6.3}$$

La ecuación (6.3) se escribe como

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \tag{6.4}$$

v = rapidez de la onda [m/s]
F = tensión en la cuerda [N]
$\mu = \dfrac{m}{L} = \dfrac{masa}{longitud}$ [kg/m]

Las frecuencias características de vibración en términos de la tensión y la densidad lineal de masa quedan de la siguiente forma.

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \tag{6.5}$$

f_n = frecuencia [Hz]
L = longitud de la cuerda [m]
$n = 1, 2, 3 \ldots$

Ejemplo 6.3.1 Onda estacionaria

Cuando se activa un vibrador de 120 Hz, por una cuerda viajan ondas transversales de 31 cm de longitud de onda. a) ¿Cuál es la rapidez de las ondas sobre la cuerda? b) Si la tensión en la cuerda es de 1.20 N, ¿cuál es la masa de 50 cm de la cuerda?

SOLUCIÓN

La solución requiere encontrar la rapidez de la onda para después usar la relación entre tensión, masa y rapidez de dada por (6.4). a)

$$v = \lambda f = (0\,31 \text{ m})(120 \text{ Hz}) = 37\,2 \text{ m/s}$$

b)

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

$$v^2 = \frac{FL}{m}$$

$$mv^2 = FL$$

$$m = \frac{FL}{v^2} = \frac{(1.2 \text{ N})(0.5 \text{ m})}{(37.2 \text{ m/s})} = 0.43 \times 10^{-3} \text{ kg} = 43 \text{ gr}$$

Ejemplo 6.3.2 Ondas estacionarias en una cuerda

Una cuerda de 180 cm de longitud resuena en una onda estacionaria que tiene tres segmentos, cuando se le envía una vibración de 270 Hz. ¿Cuál es la rapidez de las ondas en el alambre?.

SOLUCIÓN

Sabemos que la onda vibra en el tercer armónico y existe una relación entre la longitud de onda y el modo de oscilación; así obtendremos primero la longitud de onda

$$3\frac{\lambda}{2} = L$$

$$\lambda = \frac{2L}{3} = \frac{2(1.8 \text{ m})}{3} = 1\,2 \text{ m}$$

Con el valor de λ podemos encontrar la rapidez

$$v = \lambda f = (1\,2 \text{ m})(270 \text{ Hz}) = 324 \text{ m/s}$$

Ejemplo 6.3.3 Frecuencia característica de una onda estacionaria

Una cuerda de 0.500 g tiene 4.3 m de longitud y soporta una tensión de 300 N. Está fija en ambos extremos y vibra en tres segmentos, ¿cuál es la frecuencia de las ondas estacionarias?

SOLUCIÓN

$$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{FL}{m}} = \frac{3}{2(4.3 \text{ m})}\sqrt{\frac{(300 \text{ N})(4.3 \text{ m})}{0.5 \times 10^{-3} \text{ kg}}} = 560 \text{ Hz}$$

6.4. Ondas electromagnéticas

Las ondas electromagnéticas son el resultado de acelerar cargas eléctricas, o cuando los electrones ligados a los átomos y moléculas realizan transiciones a otros estado de energía. De manera artificial se necesita que un conjunto de cargas oscilen con respecto a un punto.

La carga o cargas, que vibran producen un campo eléctrico variable en el tiempo lo cual genera un campo magnético también variable en el tiempo, el sistema se replica ya que de acuerdo con la ley de Faraday el campo magnético producido vuelve a generar un campo eléctrico variable en el tiempo. Como ambos campo se perturba entre sí, se genera una onda electromagnética viajera.

El físico escoses James Clerk Maxwell trabajó esta cuestión de manera teórica y observó que la razón por la cual una carga oscilatoria podía producir una onda era la relación estrecha que existen entre los campo magnético y eléctrico cuando ambos cambian con el tiempo.

Si un campo eléctrico $\vec{E}$ fluctúa en el tiempo este produce un campo magnético $\vec{B}$ cambiante el tiempo, y un campo magnético variable en el tiempo provocara un campo eléctrico cambiante el tiempo, el proceso se autoreplica y la perturbación se autosostiene. Esta onda, en parangón con la ondas mecánicas, no necesita un medio para viajar, puede desplazarse tanto en un medio físico como el vacío.

Para encontrar la velocidad a la que se mueve la onda, Maxwell combinó las constantes de permitividad eléctrica ε_0 y permeabilidad magnética μ_0, la velocidad obtenida corresponde a la velocidad de la luz c en el vacío, esto le indicó a Maxwell que la luz era una onda electromagnética.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{(8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/Nm^2})(4\pi \times 10^{-7}\mathrm{Ns^2/C^2})}} = 3 \times 10^8\ \mathrm{m/s}$$

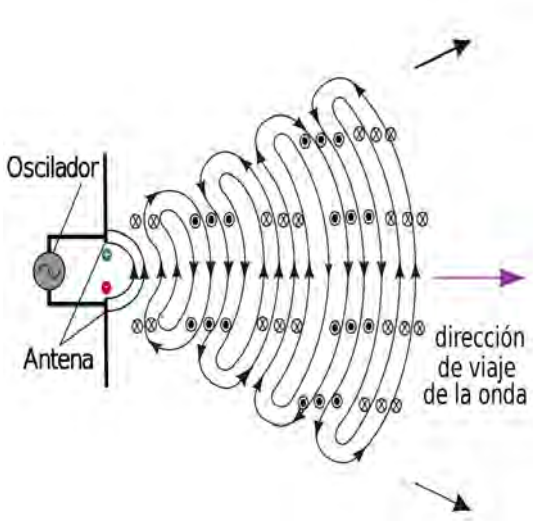
6.4.1. Producción de ondas electromagnéticas

Para que una onda electromagnética se cree, es necesario que una o varias cargas eléctricas oscilen entre dos puntos, esto se logra a través de un configuración de tipo dipolo: dos cargas positivas y negativas que vibran hacia adelante y hacia atrás en una línea recta entre los extremos de dos barras conductoras con una separación entre ellas. A esta configuración se llama antena.

Estas barras están conectadas a una fuente de voltaje variable; la idea es agrupar las carga positivas de un lado y las negativas del otro para crear líneas de campo eléctrico entre la separación de los conductores. Una vez que el voltaje cambie, las cargas se desplazarán en los extremos de los conductores creando fluctuaciones de campo eléctrico, estas formas cambiantes de campo $\vec{E}$ abandonan la antena y forman bucles, puesto que no existen cargas en los extremos. Los cambios en el campo eléctrico generan campos magnéticos. Tanto $\vec{E}$ como $\vec{B}$ son perpendiculares entre sí.

"Puesto que un campo magnético variable produce un campo eléctrico, y un campo eléctrico variable produce un campo magnético, esta combinación de campos eléctrico y magnético variables que se mueven hacia fuera es autosustentable ya no depende más de las cargas en la antena."[4].

[4]Giancoli, D. (2008). *Física principios con aplicaciones (6. a ed., Vol. 2,p.618)*. México: Pearson



"Aquí, las cargas (electrones) en una antena metálica se mueven mediante una fuente de voltaje oscilante. Conforme la polaridad de la antena y la dirección de la corriente cambian de forma perió-[5]„ dica, los campos eléctrico y magnético alternos se propagan alejándose. Estos campos son perpendiculares a la dirección de la propagación de la onda."

6.4.2. Espectro electromagético

Las ondas electromagnéticas existen en un amplio rango continuo. La figura (6.9) muestra una clasificación de la ondas de acuerdo con la longitud de onda y la frecuencia, no todas estas ondas se pueden generar con el uso de antenas, algunas son el resultado de transiciones del electrón en el interior de átomo o de la desintegración atómica, se puede observa que la luz que percibimos es solo una región angosta del espectro.

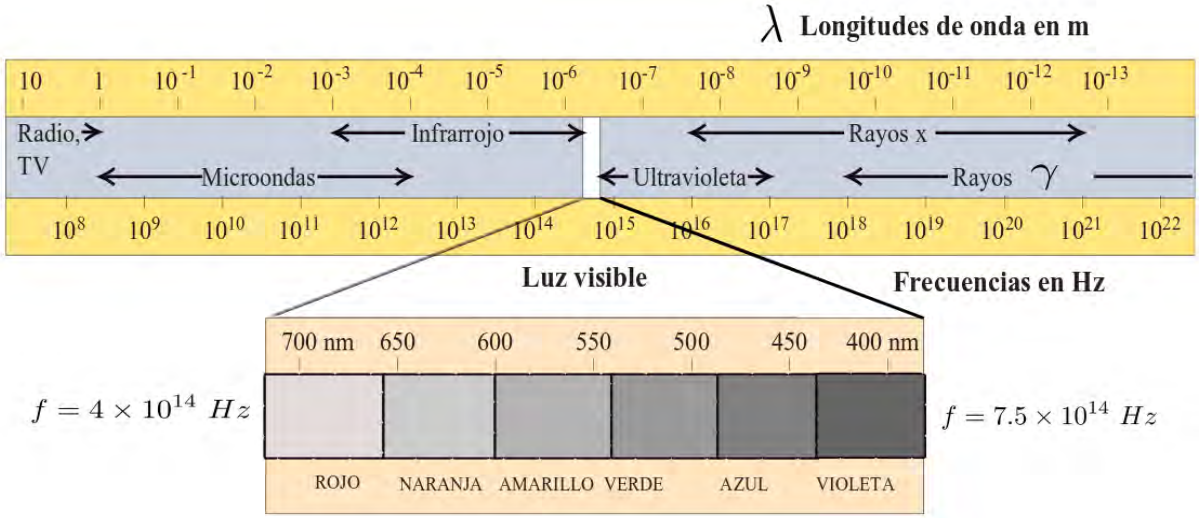


Figura 6.9: Espectro electromagnético.

[5]Wilson, y Buffa. (2007). *Física* (6. a ed.). P. 673. México: Pearson

Nombre	**Rango de frecuencia en** Hz	**Fuente**
Rayos gamma γ	Por arriba de 1×10^{19}	Reacciones nucleares y decaimiento nuclear
Rayos X	$10^{17} - 10^{14}$	Choques de electrones a altas velocidades
Radiación ultravioleta	$10^{14} - 10^{17}$	Transiciones de los electrones
Luz visible	$4 \times 10^{14} - 7 \times 10^{14}$	Transiciones de los electrones
Radiación infrarroja	$10^{11} - 10^{14}$	Vibraciones y rotaciones moleculares
Microondas y ondas de radio	$10^{0} - 10^{14}$	Circuitos eléctricos oscilantes

Cuadro 6.1: Clasificación de las ondas electromagnéticas.

6.5. Fenómenos ondulatorios para ondas ondas electromagnéticas

6.5.1. Reflexión

La reflexión se da cuando una onda choca contra un objeto, o llega a una frontera con otro medio y se desvía, al menos en parte, otra vez hacia el medio original. Los espejos reflejan las ondas de luz.

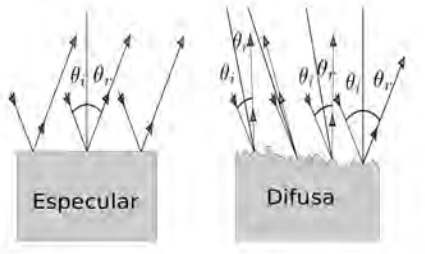


Figura 6.10: Reflexión especular y difusa.

6.5.2. Refracción

La refracción se define como el cambio de dirección de una onda al cruzar la frontera entre dos medios, a través de los cuales la onda viaja con distintas rapideces.

Si la onda transmitida ingresa oblicuamente (angulada) en un nuevo medio, se moverá en una dirección distinta Cuando una onda cruza una frontera y penetra en otro medio, por lo general su rapidez cambia porque el nuevo material tiene distintas características.

La rapidez de la luz visible en medios translúcidos es menor que la que experimenta en el vacío $c = 3 \times 10^8$ m/s; el índice de refracción n mide cuan menor es el valor de la luz en un medio diferente al vacío, o al aire, y n siempre es mayor a la unidad.

$$n = \frac{\text{Velocidad de la luz en el vacío}}{\text{Velocidad de la luz en el nuevo medio}} = \frac{c}{v} \tag{6.6}$$

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2 \tag{6.7}$$

n_1 = índice de refracción del primer medio
n_2 = índice de refracción del segundo medio
θ_1 = ángulo de entrada
θ_2 = ángulo de salida

A la ecuación (6.7) se le conoce como ley de Snell, y se obtuvo primero de forma experimental; los rayos incidentes y refractados siempre se encuentran en el mismo plano.

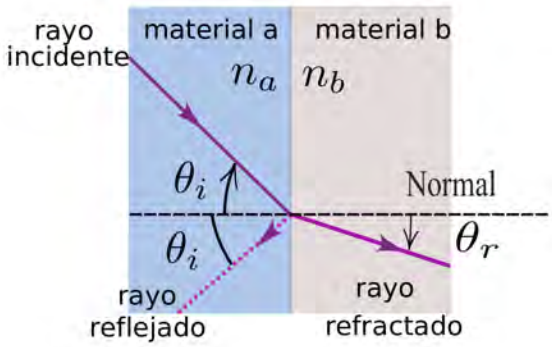


Figura 6.11: Los ángulos incidentes y reflejados son los mismos, no así los refractados.

Ejemplo 6.5.1 Índice de refracción

¿Cuál es la rapidez de la luz en a) vidrio corona (n=1.52) y b) alcohol etílico (n=1.36).

SOLUCIÓN

Para el vidrio corona

$$n = \frac{c}{v}$$

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.52} = 1.98 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Para el alcohol etílico

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.36} = 2.2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Ejemplo 6.5.2 Ángulo refractado

El haz de luz de una linterna hace contacto con la superficie de un panel de vidrio (n=1.58) en un ángulo de 63° con la normal. ¿Cuál es el ángulo de refracción para el aire (n=1)?

SOLUCIÓN

Aplicamos la ley de Snell donde $n_2 = 1.58$ incide del aire, $\theta_i = 63°$ y $n_1 = 1$ y acomodando la ecuación

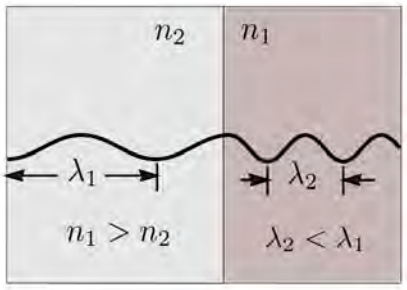
$$n_2 \operatorname{sen}\theta_2 = n_1 \operatorname{sen}\theta_1$$

$$\operatorname{sen}\theta_2 = \frac{\operatorname{sen}\theta_1}{n_2}$$

$$\theta = \text{arc sen}\left[\frac{\text{sen}(63^\circ)}{1.58}\right] = 34.32^\circ$$

Cambio de la longitud de onda por refracción

Cuando un haz de la luz se desplaza en un medio diferente sufre una variación de velocidad; es de suponer que también otra propiedad de la onda cambie. Como la frecuencia permanece inmutable es la longitud de onda la que se modifica; en el proceso de refracción la longitud de onda y la velocidad dependen del medio.



La longitud de onda se modifican cuando una onda cambia de un medio a otro, lo mismo sucede con la rapidez, solo la frecuencia se conserva.

Para encontrar una relación que nos permita evaluar estos cambios usaremos la ley de Snell dada por la *equ.*(6.4).

$$n_1 sen\theta_1 = n_2 sen\theta_2$$

$$\frac{sen\theta_1}{sen\theta_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{c/v_1}{c/v_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Además $v = \lambda f$, por lo que la ecuación queda

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2 f}{\lambda_1 f}$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{n_1}{n_2} \tag{6.8}$$

λ_2 = longitud de onda en el segundo medio
λ_1 = longitud de onda para el primer medio
n_1 y n_2 son los índices de refracción del medio 1 y medio 2, respectivamente

Ejemplo 6.5.3 Cambio de la longitud de onda

Una luz monocromática azul, con frecuencia de 6.5×10^{14} Hz, entra a una pieza de vidrio flint ($n = 1.66$). ¿Cuál es la frecuencia y la longitud de onda de la luz dentro del vidrio?

SOLUCIÓN

La frecuencia no cambia $f = 6.5 \times 10^{14}$ Hz, pero necesitamos saber la longitud de la luz azul para encontrar su longitud de onda en el vidrio.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{6.5 \times 10^{14} \text{ Hz}} = 500 \times 10^{-9} \text{ m} = 500\ nm$$

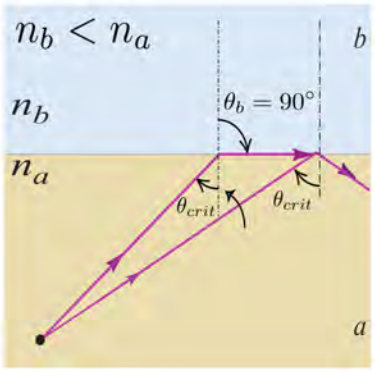


Figura 6.12: Ángulo crítico de un rayo de luz.

Luego obtenemos la longitud en el vidrio para el aire ($n_1 = 1$)

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{n_2} = \frac{500 \times 10^9 \text{ m}}{1.66} = 301 \times 10^{-9} \text{ m} = 301 \text{ nm}$$

Reflexión total interna y ángulo crítico

El fenómeno de refracción total interna se presenta cuando un haz de luz pasa de un medio de mayor índice de refracción a uno de menor índice, la luz en este caso ya no alcanza a pasar al otro lado, y solo se refleja en el segundo medio; un caso particular es el del ángulo crítico θ_{crit}, en este caso el rayo de luz rozará la superficie del segundo medio y saldrá con 90° con respecto a la normal.

Ejemplo 6.5.4 Ángulo crítico

El ángulo crítico para la luz que pasa de la sal de roca al aire es de 40.5°. Calcule el índice de refracción de la sal de roca.

SOLUCIÓN

Sabemos que el ángulo de salida es de 90° y que ei índice de refracción del aire es de $n_1 = 1$, por lo que la ley de Snell se simplifica ya que $sen90° = 1$.

$$n_2 sen\theta_2 = n_1 sen\theta_1$$

$$n_2 sen\theta_2 = 1$$

$$n_2 = \frac{1}{sen\theta_2} = \frac{1}{sen(40.5°)} = 1.539$$

6.5.3. Dispersión

La dispersión de ondas ocurre cuando una onda pasa de un medio a otro, causando una separación de las componentes de la onda. Cuando una onda transita en diferentes medios, ocurre que una parte de la onda es reflejada y la otra es transmitida, la componente de la onda transmitida siempre modifica su trayectoria dado que el medio es un dispersor y modifica su frecuencia, en ocasiones muestra las distintas componentes que conforman la onda.

La luz blanca (policromática) está formada por diferentes tipos de luz con diferentes frecuencias y longitudes de onda, en el vacío o en el aire la luz blanca no es dispersiva, pero al cambiar de medio se presente el fenómeno de separación de colores. Esto se debe a que el índice de refracción del material depende de la longitud de onda, cada color que forma la luz blanca pose diferentes velocidades en diferentes materiales, por eso cada color presenta diferentes ángulos de salida de un material translúcido.

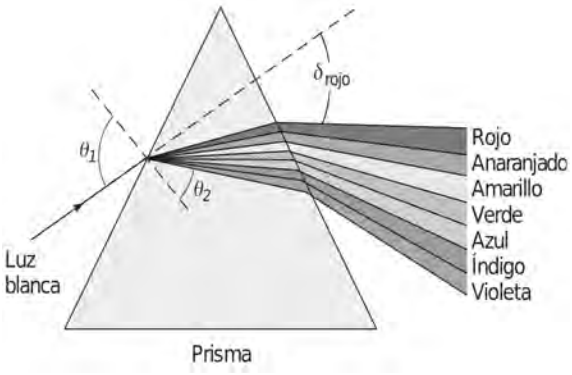


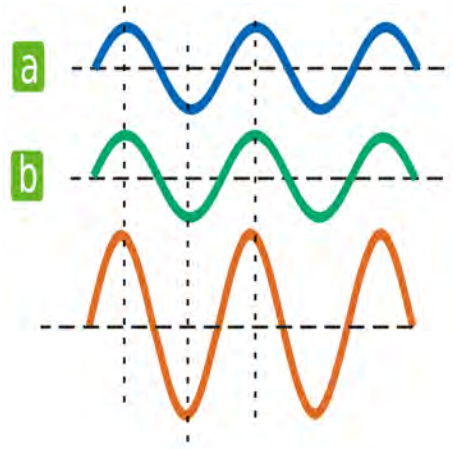
Figura 6.13: Dispersión de la luz a través de un prisma. La banda de colores se llama espectro.

En la figura (6.13) observamos que la luz roja se curva poco mientras que la luz violeta tiene mayor flexión, la razón es que la luz roja posee una longitud de onda mayor, y tiene el menor índice de refracción, y por eso se refracta menos. En el otro extremo tenemos la luz violeta, que tiene mayor frecuencia y menor longitud de onda.

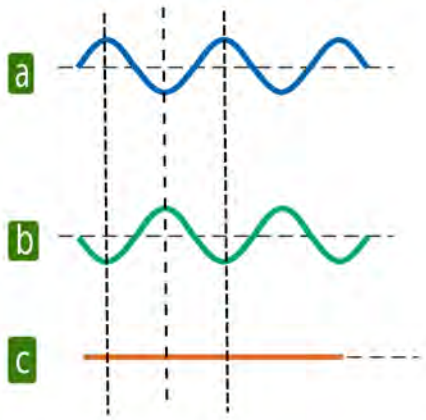
6.5.4. Interferencia

Cuando dos o más ondas viajeras se encuentran mientras se mueven a través del espacio, las ondas se pueden interferir, la onda resultante se encuentra sumando punto a punto los desplazamientos de las ondas individuales, a esto le llamamos **superposición de ondas**, los casos extremos ocurren cuando el resultado del encuentro entre dos ondas da una onda amplificada o cuando se anulan completamente.

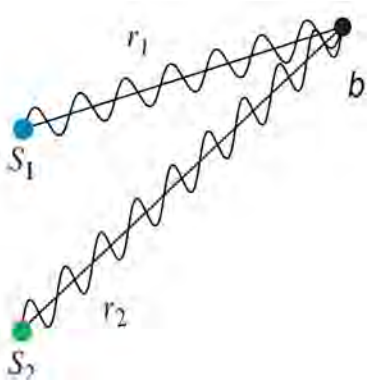
La interferencia es el resultado de superponer distintas ondas con igual frecuencia y misma longitud de onda. La interferencia constructiva resulta de sumar refuerzos de cresta con cresta; la interferencia destructiva se debe a la anulación de cresta con valle.



Interferencia constructiva

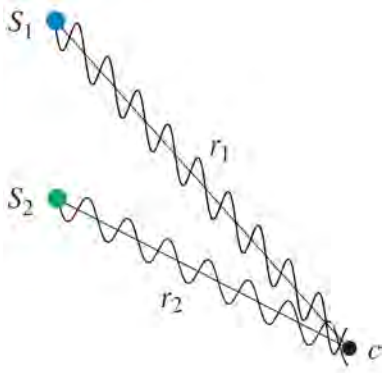


Interferencia destructiva



Tememos dos fuentes de onda, de un lado S_1 cuya distancia a un punto **b** es r_1, y otra fuente S_2 cuya distancia al mismo punto **b** es r_2, existe *interferencia constructiva* cuando $r_1 - r_2$ es un múltiplo entero de la longitud de onda.

$$r_1 - r_2 = n\lambda \qquad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ \ldots)$$



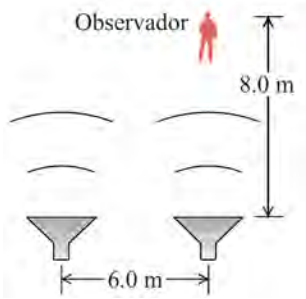
Tememos dos fuentes de onda, de un lado S_1 cuya distancia a un punto **b** es r_1, y otra fuente S_2 cuya distancia al mismo punto **c** es r_2, existe *interferencia destructiva* cuando $r_1 - r_2$ es la mitad de un número entero.

$$r_1 - r_2 = \left(1 + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ \ldots)$$

Ejemplo 6.5.5 **Interferencia**

Dos altavoces emiten respectivamente sendas ondas sonoras idénticas con longitud de onda de 2.0 m y se encuentran en fase una con la otra y un observador está ubicado como se indica en la figura. En el sitio en que se encuentra el observador, ¿las ondas sonoras interferirán de manera constructiva o destructiva?.

SOLUCIÓN



Calculamos la distancia del observador con el segundo altavoz a través del teorema de Pitágoras

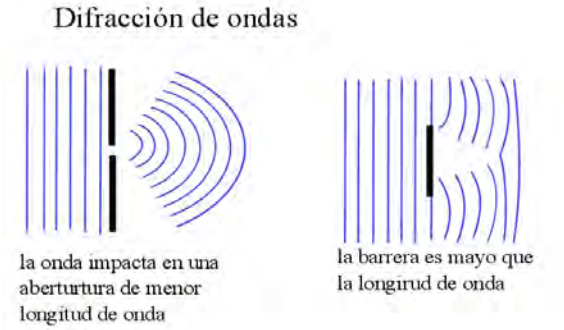
$$r_2 = \sqrt{(6\text{ m})^2 + (8\text{ m})^2} = 10\text{ m}$$

$$r_2 - r_1 = 10\ m - 8\ m = 2\ m$$

$r_2 - r_1 = 2$ es igual a la longitud de onda y por lo tanto existe interferencia constructiva.

6.5.5. Difracción

La difracción ocurre cuando una onda encuentra un obstáculo, la onda se dobla alrededor de éste y pasa a la región detrás del obstáculo.



En general, los efectos de la difracción sólo son evidentes cuando el tamaño del objeto o la abertura que difracta es aproximadamente igual o menor que la longitud de onda

Difracción de la luz

La luz se dobla cuando encuentra los bordes de un obstáculo, esto crea a la vista un borde difuso; lo puedes comprobar con tu sombra, las fronteras de tu sombra no están bien definidas. Si hacemos pasar un haz de luz a través de una rendija angosta, la luz que se proyecta en una pantalla será una serie de líneas brillantes y zonas de penumbra.

La razón es que la luz y las ondas en general siempre que se difractan presentan interferencia. Podemos decir que el doblamiento de ondas siempre viene acompañado de interferencia.

Esta propiedad fue utilizada por Thomas Young para probar la naturaleza ondulatoria de la luz. Young proyectó luz en una pantalla, y entre la pantalla y la fuente de luz colocó una doble rejilla; el patrón que se formo en la pantalla fue una franja central iluminada y un patrón alternado de franjas oscuras y claras.

Este mismo proceso es muy útil cuando se quiere calcular la longitud de onda de diferentes fuentes de luz monocromáticas.

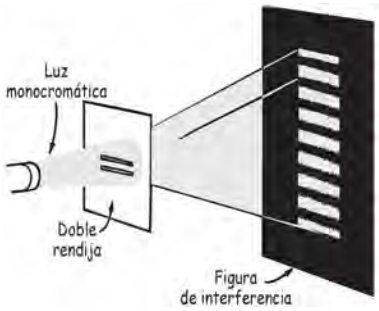


Figura 6.14: Experimento llevado a cabo por Thomas Young para probar la naturaleza ondulatoria de la luz.

Difracción con doble rejilla

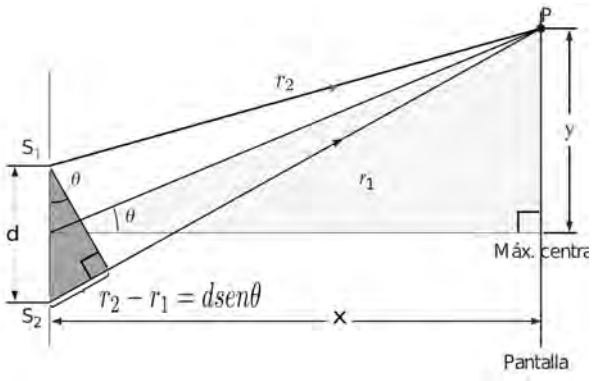


Figura 6.15: Difracción con doble rejilla

De las condiciones ya discutidas anteriormente, podemos expresar a la interferencia constructiva $r_2 - r_1 = n\lambda$ como

$$d \operatorname{sen}\theta = n\lambda \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{6.9}$$

Y para la interfencia destructiva

$$d \operatorname{sen}\theta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{6.10}$$

Donde d = ancho de la rejilla.

Para simplificar la formula usamos el hecho de que para ángulos pequeños $\operatorname{sen}\theta \approx \tan\theta$ de la figura (6.3), $\tan\theta = y/x$.

$$d\frac{y}{x} = n\lambda \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{6.11}$$

x = distancia de la rejilla al pantalla
y = distancia desde el máximo central al franja brillante
d = ancho de la rejilla
n = orden de magnitud

$$d\frac{y}{x} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{6.12}$$

x = distancia de la rejilla al pantalla
y = distancia desde el máximo central al franja brillante
d = ancho de la rejilla
n = orden de magnitud

Ejemplo 6.5.6 **Difracción de doble rejilla**

Una luz monocromática que cae sobre dos rendijas separadas 0.016 mm produce una franja de quinto orden en un ángulo de 8.8°. ¿Cuál es la longitud de onda de la luz utilizada?

SOLUCIÓN

Como el enunciado no hace mención de franjas de interferencia destructiva, se considera que se hace mención al quinto máximo.

$$d \operatorname{sen}\theta = n\lambda$$

$$\lambda = \frac{d \operatorname{sen}\theta}{n} = \frac{(0.016 \times 10^{-3}\ \text{m})(\operatorname{sen}(8.8°)}{5} = 489.5 \times 10^{-9}\ \text{m} = 489\,5\ \text{nm}$$

Ejemplo 6.5.7 **Difracción de doble rejilla**

Una luz monocromática cae sobre dos rendijas muy estrechas separadas 0.048 mm. Franjas sucesivas sobre una pantalla a 5.00 m de distancia están separadas 6.5 cm cerca del centro del patrón. Determine la longitud de onda y la frecuencia de la luz.

SOLUCIÓN

Como la distancia entre la pantalla y la rejilla es grande en comparación con la distancia del centro del patrón de difracción, para la longitud de onda

$$\frac{yd}{x} = n\lambda$$

$$\lambda = \frac{yd}{nx} = \frac{(6.5 \times 10^{-2}\ \text{m})(0.048 \times 10^{-3})\ \text{m}}{5\ \text{m}} = 624 \times 10^{-9}\ \text{m} = 624\ \text{nm}$$

Para la frecuencia

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \times 10^{8}\ \text{m/s}}{624 \times 10^{-9}\ \text{m}} = 4.8 \times 10^{14}\ \text{Hz}$$

Ejercicios de ondas

1. Una onda transversal tiene una longitud de onda de 30 cm y vibra con una frecuencia de 420 Hz. ¿Cuál es la rapidez de esta onda?
   Resp. 126 m/s

2. La rapidez de la luz en cierto medio transparente es de 1.6×10^8 m/s. ¿Cuál es el índice de refracción en dicho medio?
   Resp. 1.88

3. Calcule la rapidez de la luz en (a) vidrio crown (n=1.52) y (b) diamante (n=2.42).
   Resp. (a) 2×10^8 m/s y (b) 1.24×10^8 m/s

4. Una luz incidente tiene un ángulo de 37° cuando pasa del aire al cristal de roca (n = 1.6). ¿Cuál es el ángulo de refracción dentro del cristal de roca?
   Resp. 22.1°

5. Una luz pasa del agua (n = 1.33) al aire. El haz sale al aire formando un ángulo de 32° con la superficie horizontal del agua. ¿Cuál es el ángulo de incidencia dentro del agua?
   Resp. 39.6°

6. La longitud de onda de la luz de sodio es de 589 nm en el aire. Calcule su longitud de onda en glicerina.
   Resp. 401 nm

7. Un rayo de luz monocromática cuya longitud de onda es de 400 nm en un medio A entra con un ángulo de 30° respecto a la frontera de otro medio B. Si el rayo se refracta en un ángulo de 50°. ¿Cuál es su longitud de onda en el medio B?
   Resp. 613 nm

8. El ángulo crítico para un medio determinado en refracción con el aire es de 40°. ¿Cuál es el índice de refracción de ese medio?
   Resp. 1.56

9. Dos rendijas paralelas separadas entre sí 0.2 mm están iluminadas por luz monocromática. En una pantalla colocada a 1.0 m de las rendijas, existe una separación de 2.50 mm entre la primera franja clara y la franja central. ¿Cuál es la longitud de onda de la luz?
   Resp. 500 nm

10. Un patrón de difracción se forma en una pantalla de observación colocada a 2.0 m de distancia, se trata de luz verde cuya longitud de onda es 520 nm. ¿Cuál es la distancia entre el centro de la pantalla y la primera franja clara? ¿Cuál es la distancia hasta la tercera franja oscura?
    Resp. 2.08 cm, 5.02 cm

11. Dos bocinas están separadas 1.00 m. Una persona está de pie a 4.00 m de una bocina. ¿A qué distancia de la segunda bocina debe estar esta persona para detectar interferencia destructiva cuando las bocinas emitan un sonido de 1150 Hz? $v_{sonido} = 334$ m/s
    Resp. $4\ m \pm \lambda/2$

Parte III

Unidad III
Introducción a la física moderna y contemporánea

Capítulo 7

Teoría especial de la relatividad

La teoría especial de la relatividad, desarrollada por Einstein y otros autores, estudia los fenómenos desde diferentes marcos de referencia que se mueven a velocidades constantes uno con respecto a otro. La teoría sugiere una serie de experimentos mentales que compara las mediciones de longitud y tiempo entre dos observadores en diferentes marcos de referencia.

Por ejemplo, imaginemos que tenemos dos observadores en dos marcos de referencia a diferentes velocidades, y ambos miden la rapidez de la luz en el vacío. Los dos obtienen el mismo valor 3×10^8 m/s. Sin embargo, cuando se comparan las magnitudes físicas de distancia y tiempo con su pares existe una discrepancia, estas magnitudes cambian desde el punto de visto de los experimentadores.

El primer postulado de Einstein, conocido como el principio de relatividad, afirma que las leyes de la física son las mismas en todos los marcos de referencia inerciales.

El segundo postulado de Einstein afirma que la rapidez de la luz en un vacío es la misma en todos los marcos de referencia inerciales y es independiente del movimiento de la fuente.

7.1. Dilatación del tiempo

En este ejemplo una mujer en el vagón de un tren en movimiento coloca dos espejos paralelos y lanza un pulso de luz como se muestra en la figura (7.1) , el rayo de luz recorre la trayectoria entre dos espejos, para los ojos de la mujer en el tren la trayectoria del rayo de luz es en línea recta entre los dos espejos.

La mujer en el tren no nota efectos extraños porque tanto ella como el espejo se encuentran en un mismo marco de referencia, sin embargo esto no es igual para el observador en la plataforma del tren. El destello de luz recorre una diagonal para chocar con el espejo, el rayo ya no puede alcanzar la velocidad de la luz y choca más tarde con el espejo, lo que significa que ambos relojes marcan tiempos distintos. El tiempo en el tren para un observador estático va más despacio.

Podemos utilizar el teorema de Pitágoras y obtener una relación entre los dos tiempos.

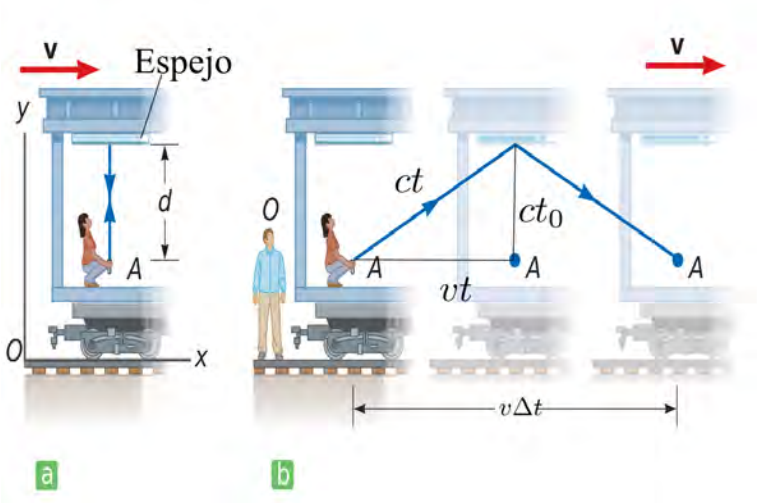


Figura 7.1: Dilatación del tiempo.

$$c^2t^2 = c^2{t_0}^2 + v$$

$$c^2t^2 - v^2t^2 = c^2{t_0}^2$$

$$t^2\left[1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)\right] = {t_0}^2$$

$$t^2 = \frac{{t_0}^2}{1 - (v^2/c^2)}$$

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \tag{7.1}$$

t = tiempo relativo (tiempo medido en un marco que se mueve en relación con el evento real)
t_0 = tiempo propio (tiempo medido en el mismo marco de referencia del evento)
v = velocidad del marco de referencia del evento
$c = 3 \times 10^8$ m/s= velocidad de la luz en el vacío

A la expresión (7.1) se le conoce como efecto de dilatación del tiempo, que percibe un observador estático; desde su punto de vista, los relojes en movimiento relativo a él caminan más lenta mente (en comparación con los relojes en reposo).

El factor $\dfrac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$ aparece frecuentemente en las ecuaciones relativistas y se le asigna el símbolo γ, este valor es igual a 1 para rapideces lejanas a la velocidad de la luz, para velocidades cercanas a c el valor de $\gamma > 1$, así podemos escribir la dilatación del tiempo en términos de γ,

$$t = \gamma t_0. \tag{7.2}$$

También aparece con mucha frecuencia el valor de la velocidad en términos de γ, así la rapidez en función de de γ queda como

$$v = c\sqrt{1 - (1/\gamma^2)} \tag{7.3}$$

Ejemplo 7.1.1 Dilatación del tiempo

Dos gemelas tienen 25.0 años de edad cuando una de ellas sale en un viaje por el espacio a una rapidez casi constante. La gemela que va en la nave espacial mide el tiempo con un reloj exacto. Cuando regresa a la Tierra, ella afirma tener 31 años de edad, mientras que su gemela, que se quedó en la Tierra, sabe que tiene 43 años. ¿Cuál fue la rapidez de la nave espacial?

SOLUCIÓN

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \gamma t_0$$

$$\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2} = \frac{t_o}{t}$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \left(\frac{t_0}{t}\right)^2$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{t_0}{t}\right)^2}$$

$$v = c\sqrt{1 - \left(\frac{t_0}{t}\right)^2} = c\sqrt{1 - \left(\frac{6}{18}\right)^2} = 0.942c$$

7.2. Contracción del longitud

Si un observador en un marco de referencia estático registra que los eventos en otro marco de referencia diferente son más lentos, también observará que las longitudes se contraen. El tiempo se alarga y el espacio se comprime, es un manera de indicar que la razón $c = \frac{distancia}{tiempo}$ es siempre la misma, es decir, si el tiempo se hace más grande la longitud se compacta a los ojos de un observador estático.

$$L = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{L_o}{\gamma} \tag{7.4}$$

L = longitud relativista
L_0 = longitud propia

La longitud de un objeto se mide más corta cuando se mueve en relación a un observador que está en reposo.

Contracción de la longitud

Solo existe contracción en la dirección paralela al movimiento relativo de ambos objetos y no existe contracción de longitudes perpendiculares a la dirección del movimiento en ambos marcos de referencia.

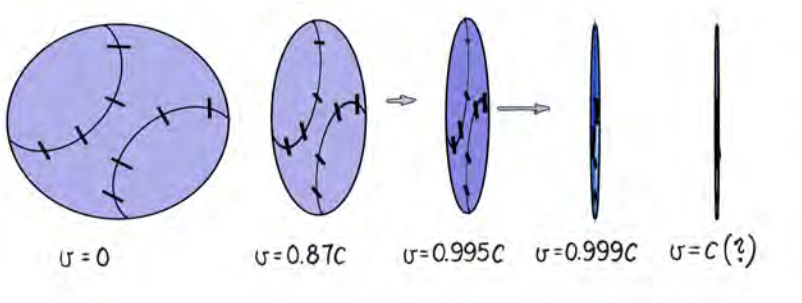


Figura 7.2: Contracción de la longitud.

Ejemplo 7.2.1 Contracción de la longitud

Una nave espacial pasa junto a un observador con una ra- pidez de 0.750c. El observador mide su longitud en 28.2 m. ¿Cuál será su longitud cuando esté en reposo?

SOLUCIÓN

$$L = L_0\sqrt{1-(v/c)^2}$$

$$L_0 = \frac{L}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{28.2\text{ m}}{\sqrt{1-(0.75\text{c/c})^2}} = \frac{28.2\text{ m}}{\sqrt{1-(0.75)^2}} = 42\,63\text{ m}$$

7.3. Cantidad de movimiento relativista

En la vida diaria los efectos relativistas no son perceptibles, sin embargo, cuando se estudian partículas en los laboratorios de física, las colisiones entre estas partículas ocurren con una energía muy alta; se utilizan las leyes de conservación de cantidad de movimiento y de energía pero con ciertas modificaciones. El momento lineal para una partícula que se mueve con una velocidad v esta dada por

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \gamma m_0 v \tag{7.5}$$

p = cantidad de movimiento
$\gamma m_0 c^2$ = masa relativista
m_0 = masa en reposo

Una observación más detallada de la fórmula indica que la cantidad de movimiento de un objeto tiende a ser infinita conforme se aproxima a la velocidad de la luz, la conclusión es que ningún objeto con masa puede jamas alcanzar la velocidad de la luz y c es el límite superior para la rapidez.

Ejemplo 7.3.1 Cantidad de movimiento relativista

¿Cuál es la cantidad de movimiento de un protón que viaja a v= 0.85c?

SOLUCIÓN

$$\vec{p} = \frac{mv}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{(1.627\times10^{-27}\ kg)(0.85)(3\times10^{8}\ m/s)}{\sqrt{1-(0.85c/c)^2}} = 8.09\times10^{-19}\ \text{kgm/s}$$

7.4. Energía relativista

Al igual que la cantidad de movimiento, la energía de un objeto a velocidades muy altas debe ser modificada. Primero veremos la energía cinética de un cuerpo E_k

$$E_k = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - m_0c^2 \tag{7.6}$$

En la ecuación (7.6) m_o representa la masa relativista; también puede expresarse en términos de γ

$$E_k = \gamma m_0c^2 - m_0c^2 \tag{7.7}$$

Si la velocidad del objeto es cero, mc^2 en (7.7) es una constante y representa la energía que un objeto posee incluso si esta en reposo E_0,

$$E_k = (\gamma-1)mc^2 \tag{7.8}$$

Si volvemos a reordenar (7.7) obtenemos

$$\gamma m_0c^2 = m_0c^2 + E_k \tag{7.9}$$

De (7.8) γm_0c^2 representa la energía total del sistema E.

$$E = \gamma m_0c^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \tag{7.10}$$

Para una partícula en reposo la energía cinética es igual a cero, sin embargo esta partícula posee un energía que está asociada a ella, dada por la siguiente expresión

$$E = m_0c^2 \tag{7.11}$$

Ejemplo 7.4.1 Energía en reposo relativista

¿Cuántos gramos de materia tendrían que ser totalmente destruidos para accionar una bombilla de 100 W durante 1 año?

SOLUCIÓN

Pasamos el tiempo a segundos para obtener la energía. De la definición de potencia

$$1\ \text{año}\left(\frac{3.156\times10^{7}\ s}{\text{año}}\right) = 3.156\times10^{7}\ s$$

$$E = Pt = (100\ W)(3.156 \times 10^7\ s) = 3.156 \times 10^9\ J$$

Luego usamos la formula de energía en reposo relativista par despejar la masa

$$E = mc^2$$

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{3.156 \times 10^9\ \text{J}}{(3 \times 10^8\ \text{m/s})^2} = 35 \times 10^{-9}\ \text{kg}$$

Ejemplo 7.4.2 Energía cinética relativista

¿A qué rapidez la energía cinética de un objeto será el 25 % de su energía en reposo?

SOLUCIÓN

Sabemos que la energía cinética relativista está dada por $E_k 0 = (\gamma - 1)mc^2$, y que la energía en reposo es $E = mc^2$, por lo que igualamos la energía cinética con el 25 % de la energía en reposo

$$(\gamma - 1)mc^2 = 0.25mc^2$$

$$\gamma - 1 = 0.25$$

$$\gamma = 1.25$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = 1.25$$

$$\frac{1}{1.25^2} = 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \frac{1}{1.5625}$$

$$v = c\sqrt{0.36} = 0.6c$$

7.4.1. Energía y cantidad de movimiento relativista

Como existe una equivalencia entre masa y energía, cuando se trata con el movimiento de objetos a velocidades cercanas a la luz, se prefiere medir la energía en vez de la rapidez.

$$E^2 = E_0^2 + p^2c^2 \tag{7.12}$$

E = energía del objeto
E_0 = energía en reposo
p = cantidad de movimiento

Al analizar la ecuación (7.12), si $p = 0$ tenemos un caso en que la energía de un objeto corresponde al energía en reposo del objeto. Por otro lado, si un objeto está en moviendo a una rapidez cercana a la rapidez de la luz, tenemos el caso en que la energía en reposo es $E_0 = 0$, y la energía E es igual a la energía cinética $E = E_k$; el análisis indica que un objeto en moviendo a la velocidad de la luz debe tener una masa en reposo igual a cero. En conclusión, si un objeto no tiene masa ni energía en reposo debe viajar a al velocidad de la luz.

Electronvolt

Cuando tratamos con partículas subatómicas, es preferible tratar con el eV, que se defiene como la energía cinética ganada por un cuerpo que contiene con carga $+e$ cuando es acelerado a través de una diferencia de potencial de un Volt.

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Teoría especial de la relatividad

1. ¿A qué rapidez se debe mover una partícula para que $\gamma = 2$?
   Resp. 2.6×10^8 m/s

2. Una nave espacial de la Federación Comercial pasa volando cerca del planeta Fulgurante con una rapidez de 0.600c. Un científico que se encuentra en Fulgurante mide la longitud de la nave en movimiento y encuentra que es de 74.0 m. La nave aterriza poco después en Fulgurante, y el mismo científico mide la longitud de la nave ahora inmóvil. ¿Qué valor obtiene?
   Resp. 92.5 m

3. Una nave espacial pasa junto a un observador con una rapidez de 0.85c. Una persona que viaja en dicha nave observa que demora 6.0 s en cruzar su cabina de lado a lado. ¿Qué tiempo registraría el observador para el mismo evento?
   Resp. 11.4 s

4. ¿Qué masa se requiere para encender 1 millón de lámparas de 100 W durante 1 año?
   Resp. 35 g

5. Calcule la energía cinética y la cantidad de movimiento de un protón que viaja a 2.6×10^8. m/s.
   Resp. 944 MeV, 1630 Mev/c

6. ¿Cuál es la rapidez de una partícula cuya energía cinética es igual a a) su energía en reposo, b) cinco veces su energía en reposo?
   Resp. a) 0.866c, b) 0.986c

7. Cierta partícula tiene una masa en reposo de 6.64×10^{-27} Kg y una cantidad de movimiento de 2.1×10^{-18} kgm/s. a) ¿Cuál es la energía total (energía cinética y 1a energía en reposo) de la partícula?
   Resp. 0.867 nJ

8. Calcule la energía cinética y la cantidad de movimiento de un protón ($m_0 = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) que viaja a 7.35×10^7 m/s.
   Resp. 4.66 pn, 1.26×10^{-19} kgm/s

9. Suponga que un reporte noticioso afirma que una nave espacial acaba de regresar de un viaje de 5 años mientras viajaba a 0.84c. a) Si el reporte significa 5.0 años de tiempo en la Tierra, ¿cuánto tiempo transcurrió en la nave? b) Si el reporte significa 5.0 años de tiempo nave, ¿cuánto tiempo pasó en la Tierra?
   Resp. a) 2.7 años, b) 9.2 años

Capítulo 8

Cuantización de la materia y la energía

Max Planck inició una de la más grandes revoluciones de la ciencia al describir la radiación de cuerpo negro. Un objeto que recibe tanta energía como que la emite, y predecir que esa energía está cuantizada, o mejor dicho, que la luz que entra al objeto está formada por pequeñas partículas que más tarde se le conocerían como fotones.

Esta nueva concepción del universo, de que la luz está formada por pequeñas partículas, representó uno los grandes hitos de la ciencia; desde ese momento la física del mundo microscópico debería ser tratada con un nuevo paradigma, cuya base es que la luz posee una naturaleza dual: ondulatoria y corpuscular.

8.1. Radiación de un cuerpo negro

Todo cuerpo irradia energía en forma de ondas electromagnéticas; este fenómeno es más evidente cuando un objeto caliente emite luz en un espectro visible. La longitud de onda de dicha radiación o frecuencia depende de la temperatura. Un cuerpo a diferentes temperaturas irradia diferentes colores, cada uno a una temperatura específica.

El color en relación con la temperatura tiene muchas aplicaciones prácticas, especialmente en la industria de la fundición, donde no es posible utilizar un termómetro de manera directa en un horno, o en una fragua. El color del horno nos indica su temperatura.

Sabemos que todos los objetos irradian calor y que este calor en el tiempo es proporcional a su temperatura, la energía irradiada cubre todos las frecuencias del espectro electromagnético, es decir todos los tipos de luz. La pregunta es, qué relación tiene la temperatura del objeto con la frecuencia y con la intensidad de la luz que emite. Para facilitar los cálculos se crea un objeto imaginario llamado cuerpo negro:

Un cuerpo negro que es un versión idealizada de un objeto que absorbe toda la luz que incide sobre él, y no refleja nada a la vez que irradia esta energía en la misma proporción.

Una buena aproximación al cuerpo negro se muestra en la figura (8.1). Un objeto hueco con una pequeña perforación en las paredes; el objeto es calentado y parte de la radiación escapa por el vano donde se puede analizar. “El agujero se ve muy brillante a temperaturas muy altas donde la intensidad de radiación de equilibro también es alta pero se ve completamente negro a temperaturas bajas

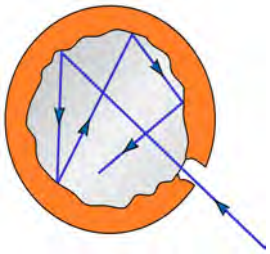


Figura 8.1: Aproximación a un cuerpo negro

cuando la intensidad de la radiación de equilibro es despreciable en la región visible del espectro" [1].

No toda la energía que proviene de un cuerpo negro tienen la misma intensidad, podemos predecir la intensidad de la energía de un cuerpo negro o radiación de cuerpo negro, basados en su temperatura. Pero cuando los físicos plantearon sus ecuaciones para esta intensidad, basados en concepción de que la luz era una onda, se encontraron con grandes problemas.

Los resultados experimentales mostraban que un cuerpo negro tiene un pico de intensidad basado en su temperatura, a cierta frecuencia la luz alcanza el máximo de su intensidad y luego esta decae, es decir, cuanto más caliente es un objeto mayor es el pico de la intensidad pero siempre existe un máximo.

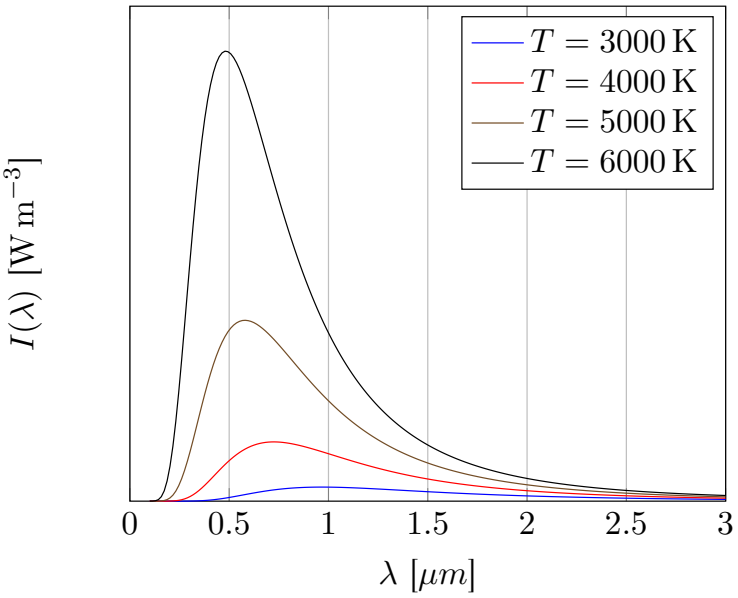


Figura 8.2: Gráficas de cuerpo negro que muestra un pico de intensidad en la luz emitida a diferentes temperaturas.

La primeras explicaciones correspondieron a Lord Rayleigh y Sir James Jeans, quienes obtuvieron una ecuación para predecir la radiación de un cuerpo negro. Pero su teoría fracasaba, ya que

[1] Alonso, M., y Finn, E. (1992). *Física Fundamentos cuánticos y estadísticos* (1. a ed., Vol. 3). México: Addison Wesley

según su resultado la sustancia debería emitir mayor radiación a mayor temperatura, iniciando en rojo continuando en naranja, luego azul, violeta y luego desaparecer del espectro visible. Algo similar pasa en la realidad: si se calienta un objeto este nunca se vuelve invisible. A esto se le conoce como "la catástrofe ultravioleta". La segunda explicación fue propuesta por el físico alemán Wilhelm Wien, su ley se ajustaba muy bien a los datos experimentales pero solo para altas frecuencias.

Justo comenzando el siglo XX, Max Planck publicó un artículo que resuelvió el arcano del cuerpo negro con una ecuación. La expresión se ajusta perfectamente a los datos experimentales. Para Planck la energía emitida de un cuerpo no depende solamente de la temperatura que esta adquiere, si no también de la frecuencia.

$$I = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5(e^{hc/\lambda kT} - 1)} \tag{8.1}$$

I = potencia por unidad de área [W/m^2]
λ = longitud de onda [m]
k = constante de Bolzmann 1.38×10^{-23} Js
h = constante de Planck 6.626×10^{-34} Js
T = temperatura en K

Esta ecuación se ajustó a los datos experimentales, sin embargo Planck necesitaba de una base teórica que le diera sustento: la teoría electromagnética predecía que la radiación producida por un objeto caliente tiene origen en las oscilaciones de cargas dentro de las moléculas(los electrones), a partir de lo cual Max Planck llegó a las siguientes suposiciones:

1. La oscilación de las carga solo puede ser emitida o absorbida en unidades de energía $E = hf$ llamada cuantos de energía.

2. Los osciladores no emiten luz continuamente sino solo en un proceso de cambio de sus amplitudes; una transición de una amplitud mayor a un menor da como resultado la emisión de luz, mientras que una transición de menor a mayor representa una absorción de luz.

"La suposición de Planck sugiere que la energía de cualquier vibración molecular podría ser sólo un múltiplo entero de la energía mínima hf:

$$E = nhf \tag{8.2}$$

$$n = 1, 2, 3, \ldots,$$

E = energía en [eV]
h = constante de Planck 6.626×10^{-34} Js
f = frecuencia [Hz]

donde n se llama número cuántico ('cuanto' significa cantidad discreta, en oposición a 'continua'). Con frecuencia, esta idea se llama hipótesis cuántica de Planck".[2]

[2]Giancoli, D. (2009). *Física para Ciencias e Ingeniería* (6. a ed., Vol. 2 pag. 988). México: Pearson.

8.2. Efecto fotoeléctrico

Uno de los fenómenos más debatidos por la ciencia ha sido la naturaleza de la luz. Isaac Newton postuló que la luz está compuesta de partículas, mientras que Christian Huygens sostenía que la luz consta de ondas.

El debate pareció haber quedado zanjado cuando el físico Thomas Young demostró en un experimento con luz y una doble rejilla, el carácter ondulatoria de esta. Los avances en la teoría electromagnética indican que la luz es el resultado de alteraciones del campo eléctrico y magnético, y que se propaga como onda.

Hertz comprobó experimentalmente lo predicho por la teoría ondulatoria, pero fallaba al explicar un fenómeno conocido como efecto fotoeléctrico, el cual fue descubierto accidentalmente por él mismo. El honor de explicar este fenómeno le correspondería a Albert Einstein.

El efecto fotoeléctrico es un proceso mediante el cual se expulsan electrones de una superficie metálica cuando sobre dicha superficie incide una luz.

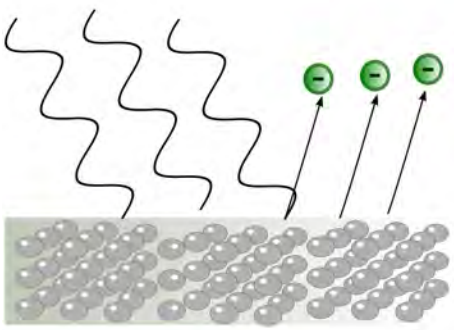


Figura 8.3: Efecto fotoeléctrico de una luz de alta frecuencia que desprende electrones de una superficie de metal.

Es factible para la luz ultravioleta de onda corta y alta frecuencia expulsar electrones de la superficie de metal, mientras que la luz roja de onda larga y baja frecuencia no es capaz de extraer electrones.

Einstein supuso que la luz está compuesta por un flujo de partículas, los llamados "fotones". Cada fotón entrega su energía a exactamente uno de los electrones y es destruido en el proceso. El electrón puede escapar de la superficie metálica si tiene la energía necesaria.

Como los fotones de luz violeta disponen de una frecuencia mayor y por ende una mayor energía que los fotones de luz roja, un fotón de luz violeta puede hacer expulsar electrones, lo que no lograría una gran cantidad de fotones de luz roja.

Einstein estableció la hipótesis de que la energía de los fotones debe ser el producto de la frecuencia y la constante de Planck.

$$E = hf \tag{8.3}$$

E = energía del fotón
$h = 6.626 \times 10^{-34}\ J.s$ constante de Planck
f = frecuencia del foton

La energía mínima que necesita el fotón para comenzar e expulsar electrones es la conocida función de trabajo ϕ; si el fotón posee menor energía que la de función de trabajo el electrón no abandonará la placa.

$$\phi = hf_{umbral} \tag{8.4}$$

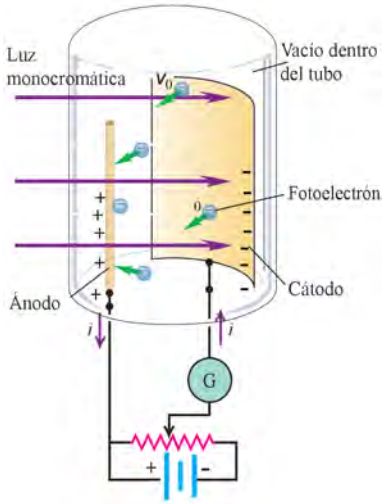
ϕ = función de trabajo
$h = 6.626 \times 10^{-34}\ J.s$
f = frecuencia del umbral

Establece que la energía del electrón está dada por

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \phi \tag{8.5}$$

Esta ecuación indica que si incrementamos la frecuencia del fotón, aumentamos la energía cinética de los electrones.

- No se emiten electrones si la frecuencia de la luz incidente cae por debajo de cierta frecuencia de umbral f_{umbral}, que es característica del material que se ilumina.
- Los fotones transfieren su energía a los electrones y los hacen salir del metal, los fotones son destruidos en el proceso.
- La máxima energía cinética de los fotoelectrones aumenta con el aumento de la frecuencia de la luz.
- Los electrones se emiten de la superficie casi de manera instantánea (menos de $1 \times 10^{-9}\ s$ después de iluminar la superficie).



La figura muestra un tubo al vacío con dos terminales conectadas a los extremos de una batería, cuando la luz incide sobre el cátodo (polo negativo) causa la emisión de electrones. La fuente de voltaje se conecta para medir el potencial de frenado (no es necesaria para provocar el desprendimiento de electrones).

Ejemplo 8.2.1 Energía del fotón

Calcule la energía de un fotón de luz azul ($\lambda = 450$ nm), en joules y en eV.

SOLUCIÓN

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ \text{J.s})(3 \times 10^{8}\ \text{m/s})}{450 \times 10^{-9}\ \text{m}} = 4.42 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

Energía en eV

$$E = 4.42 \times 10^{-19}\ \text{J}\left(\frac{\text{eV}}{1.6 \times 10^{-19}\ \text{J}}\right) = 2.76\ \text{eV}$$

Ejemplo 8.2.2 Función de trabajo

¿Cuál es la función de trabajo de una superficie de metal de sodio si la longitud de onda umbral fotoeléctrica es de 680 nm?

SOLUCIÓN

$$\phi = \frac{hc}{\lambda_{umbral}} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ \text{J.s})(3 \times 10^{8}\ \text{m/s}}{680 \times 10^{-9}\ \text{m}} = 2.92 \times 10^{-19}\ \text{J}\left(\frac{\text{eV}}{1.6 \times 10^{-19}\text{J}}\right) = 1.82\ \text{eV}$$

Ejemplo 8.2.3 Efecto fotoeléctrico

Determine la máxima E_k de los fotoelectrones que se desprenden de una superficie de potasio debido a radiación ultravioleta de 200 nm de longitud de onda. ¿Cuál es la diferencia de potencial de retardo que se requiere para detener la emisión de electrones? La longitud de onda umbral fotoeléctrica del potasio es de 440 nm.

SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} E_k = E - \phi &= \frac{hc}{\lambda_{luz}} - \frac{hc}{\lambda_{umbral}} = hc\left(\frac{1}{\lambda_{luz}} - \frac{1}{\lambda_{umbral}}\right) \\ &= (6.626 \times 10^{-34}\ \text{J.s})(3 \times 10^{8}\ \text{m/s})\left(\frac{1}{200 \times 10^{-9}\ \text{m}} - \frac{1}{440 \times 10^{-9}\ \text{m}}\right) \\ &= 5.41 \times 10^{-19}\ \text{J}\left(\frac{\text{eV}}{1.6 \times 10^{-19}\ \text{J}}\right) = 3.38\ \text{eV} \end{aligned}$$

8.3. Dualidad onda partícula

Para 1923, Luis De Broglie se preguntaba si la luz, que es una onda, se puede comportar como partícula. O dicho de otra forma, ¿por qué las partículas no pueden comportarse como ondas? De Broglie utilizó la energía del fotón establecida por Planck ($E = hf$) y la combinó con la energía relativista en reposo $E = mc^2 = cp$ para obtener p, la cantidad de movimiento.

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \tag{8.6}$$

$$pc = \frac{hc}{\lambda} \tag{8.7}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \tag{8.8}$$

λ = longitud de onda
$h = 6.626 \times 10^{-34}$ Js = constante de Planck
$p = mv$ = cantidad de movimiento
y para el caso relativista

$$\lambda = \frac{h}{\gamma mv} \tag{8.9}$$

8.3.1. Confirmación experimental de las partículas ondulatorias

Existen múltiples demostraciones experimentales del principio de De Brogie; los experimentos más famosos fueron los llevados a cabo por C.J. Davisson, L.H. Germer y G.P Thomson.

En el experimento, Thomson colocó una hoja metálica muy delgada en el interior de un tubo Crookes, un grupo de electrones fueron acelerados hasta golpear una placa metálica muy delgada, en la pantalla del tubo se observó un patrón de difracción circular propio de ondas de luz.

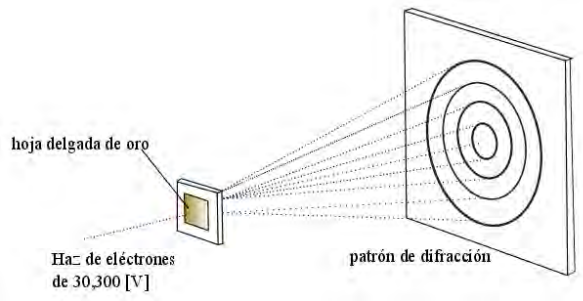


Figura 8.4: Patrón de difracción producido por electrones de alta velocidad a través de una delgada hoja de oro.

Ejemplo 8.3.1 De Broglie

¿Cuál es la rapidez y la cantidad de movimiento de un fotón de 500 nm?

SOLUCIÓN

$$v = 3 \times 10^8 \ m/s$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$p\lambda = h$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{500 \times 10^{-9} \text{ m}} = 1.32 \times 10^{-27} \text{ kgm/s}$$

Ejemplo 8.3.2 De Broglie

Calcule la longitud de onda de De Broglie de un electrón que se aceleró por una diferencia de potencial de 9.0 kV. Desprecie los efectos relativistas.

SOLUCIÓN

El primer paso es obtener la velocidad del electrón.

$$V = \frac{\frac{mv^2}{2}}{q} = \frac{mv^2}{2q}$$

$$2qV = mv^2$$

$$mv^2 = 2qV$$

$$v^2 = \frac{2qV}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{2(1.6 \times 10^{-19}\ \text{C})(9 \times 10^{9}\ \text{V})}{9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg}}} = 56.26 \times 10^{6}\ \text{m/s}$$

El siguiente paso es obtener la longitud de onda.

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ \text{J.s}}{(9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg})(56.26 \times 10^{6}\ \text{m/s})} = 12.92 \times 10^{-12}\ \text{m} = 12.9\ \text{pm}$$

Ejemplo 8.3.3 De Broglie relativista

¿Cuál es la longitud de onda de un electrón que viaja a 0.999c?

SOLUCIÓN

$$\lambda = \frac{h}{\gamma mv} = \frac{h}{mv/\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{h\sqrt{1-(v/c)^2}}{mv}$$
$$= \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ \text{Js})(\sqrt{1-0.99^2})}{(9.1 \times 10^{-31}\ \text{Kg})[(0.99)(3 \times 10^{8})\ \text{m/s}]} = 1.09 \times 10^{-13}\ \text{m}$$

Ejemplo 8.3.4 Difracción de electrones

Después de pasar a través de dos rendijas separadas por una distancia de 3.0 µm, un haz de electrones crea un patrón de interferencia con su máximo de segundo orden a un ángulo de 55°. Encuentre la rapidez de los electrones en este haz.

SOLUCIÓN

La relación para la difracción de doble rejilla es

$$\lambda = \frac{dsen\theta}{n}, \tag{8.10}$$

y la longitud del principio de De Broglie

$$\lambda = \frac{h}{mv} \tag{8.11}$$

Igualando (8.10) y (8.11) obtenemos

$$\frac{dsen\theta}{n} = \frac{h}{mv}$$

$$\frac{mvdsen\theta}{n} = h$$

$$v = \frac{nh}{dmsen\theta} = \frac{2(6.626 \times 10^{-34}\ \text{Js})}{(3 \times 10^{-6}\ \text{m})(9.1 \times 10^{-31}\ \text{Kg})(\text{sen}55°)} = 591\,9\ \text{m/s}$$

El principio de incertidumbre

La dualidad onda-partícula afecta las mediciones llevadas a cabo en un nivel subatómico y atómico. Esta inexactitud de las mediciones fue descubierta por el físico alemán Werner Heisenberg. Heisenberg propuso un experimento mental para observa la trayectoria de un electrón, para esto debemos utilizar un haz de luz de una longitud de onda determinada, un fotón de longitud de onda muy pequeña posee una gran cantidad de movimiento, la cual es transferida a un electrón, la cual afecta la posición del electrón.

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{h}{4\pi} \tag{8.12}$$

Δp = cambio en la cantidad de movimiento
Δx = cambio en la posición
h = constante de Planck

Otra relación de incertidumbre alternativa a la eq. (8.12) en términos de la energía y el tiempo está dada por

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} \tag{8.13}$$

ΔE = cambio en la energía
Δt = cambio en el tiempo

Así el principio de incertidumbre se puede escribir como:

> No es posible medir con exactitud la posición y la cantidad de movimiento de una partícula al mismo tiempo, ni la energía ni el tiempo durante el cual la partícula tiene esa energía.

Ejemplo 8.3.5 **Incertidumbre en posición**

Un protón viaja con una rapidez de $(7.560 \pm 0.012) \times 10^5$ m/s. ¿Con qué precisión máxima se puede determinar su posición?

SOLUCIÓN

La incertidumbre en la rapidez es $\Delta v = 0.012 \times 10^{-5}$ m/s, por lo que usamos el principio de incertidumbre y al despejar Δx

$$\Delta p \Delta x = \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta x = \frac{h}{4\pi \Delta p} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}}{4\pi(0.012 \times 10^5 \text{ m/s})(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})} = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Ejemplo 8.3.6 Principo de incertidumbre en energía y tiempo

Un átomo en un estado metaestable tiene 5.2 ms de duración. ¿Cuál es la incertidumbre en la energía de ese estado metaestable?

SOLUCIÓN

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta E = \frac{h}{4\pi \Delta t}$$

$$\Delta E = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}}{(4\pi)(5.2 \times 10^{-3} \text{ s})} = (1.014 \times 10^{-32} \text{ J})\left(\frac{\text{eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}\right) = 6.33 \times 10^{-14} \text{ eV}$$

8.4. Modelo atómico de Bohr

8.4.1. Espectros de absorción y emisión de gases

Los elementos químicos presentan diferentes colores cuando se calientan, por ejemplo el sodio es anaranjado y el hidrógeno es rosa, esta propiedad es muy utilizada en química para identificar el tipo de compuesto. Existe aun así una técnica aún más refinada, la llamada espectroscopia, en este procedimiento un gas es calentado, la luz emitida se hace pasar por una rejilla de difracción, y un prisma, la luz se proyecta en un pantalla y se observa un fondo negro con unas delgadas líneas de colores.

Las líneas espectrales fueron descubiertas por el investigador y constructor de lentes Joseph von Fraunhofer, en su intento de disminuir las distorsiones de color en las lentes provocadas por la refracción y la dispersión de la luz. En los años subsiguientes Gustav Kirchhoff y Robert Bunsen crearon un método para determinar el origen de las líneas, por medio de la evaporación de sustancias químicas naturales, de las que obtuvieron llamas de colores. Los espectros de estos elementos son líneas para cada material como una huella digital. Existen dos técnicas para obtener los espectros: la de espectros de emisión y la de absorción de gases.

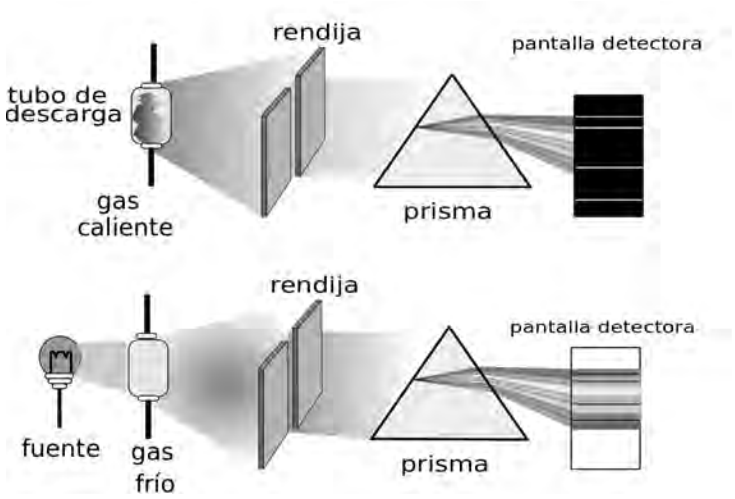
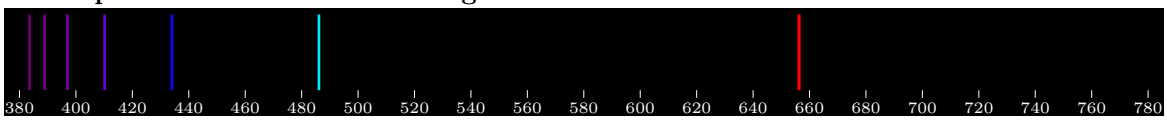


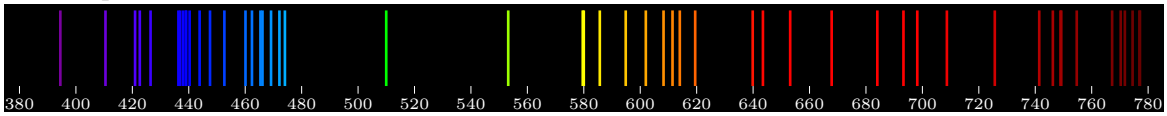
Figura 8.5: Espectros de emisión y absorción.

Los espectros de emisión son producidos cuando un gas se calienta en un tubo de descargas eléctricas. La luz generada crea una serie de "líneas de emisión", que son franjas de colores contra un fondo oscuro.

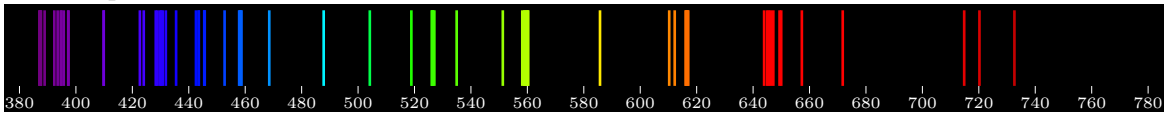
H. Espectro de emisión del hidrógeno.



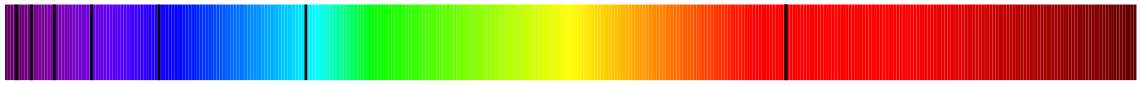
Cl. Espectro de emisión de Cloro.



Ca. Espectro de emisión de calcio.



Cuando la luz de un espectro continuo (luz blanca) se hace pasar a través de un tubo con gas mono atómico, se obtiene un espectro de absorción, el cual al proyectarse forma un espectro con todos los colores, pero sin ser continuo, pues hay lineas oscuras distribuidas en el espectro; estas líneas se llaman de absorción y se corresponden a las líneas de emisión en longitud de onda que desaparecen. La conclusión era que la materia absorbe y emite luz pero solo en ciertas frecuencias.



Espectro de absorción del hidrógeno.

El físico sueco Johannes Robert Rydberg encontró una formula empírica para obtener las longitudes de onda de las líneas espectrales de cualquier elemento usando el valor de una constante $R = 1.097 \times 10^7\ m^{-1}$, la cual con el tiempo llevaría su nombre; empero no fue capaz de explicar el origen de estas líneas.

Serie	Región espectral	Ecuación de la serie	límite de la serie
Lyman	Ultravioleta	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)\ n = 2, 3, 4, \ldots$	91 nm
Balmer	Visible	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) n = 3, 4, 5, \ldots$	365 nm
Paschen	Infrarojo	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)\ n = 4, 5, 6, \ldots$	820 nm

Cuadro 8.1: Series espectrales para el átomo de hidrógeno.

Ejemplo 8.4.1 Líneas espectrales

Calcule la longitud de onda de las tres primeras líneas espectrales del hidrógeno atómico en la serie de Balmer.

SOLUCIÓN

Para la primer línea

$$\frac{1}{\lambda_1} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) = (1.097 \times 10^7\ \text{m}^{-1})\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 1.52 \times 10^6\ \text{m}^{-1}$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{1.52 \times 10^6\ \text{m}^{-1}} = 656.1 \times 10^{-9}\ \text{m} = 656\ \text{nm}$$

Para la segunda línea

$$\frac{1}{\lambda_2} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) = (1.097 \times 10^7\ m^{-1})\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) = 2.05 \times 10^6\ m^{-1}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2.057 \times 10^6\ m^{-1}} = 486 \times 10^{-9}\ m = 486\ \text{nm}$$

Para la tercera línea

$$\frac{1}{\lambda_3} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) = (1.097 \times 10^7\ m^{-1})\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2}\right) = 2.3 \times 10^6\ \text{m}^{-1}$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{2.3 \times 10^6\ m^{-1}} = 433.9 \times 10^{-9}\ m = 434\ \text{nm}$$

8.4.2. Modelos tempranos del átomo y fracaso de la física clásica

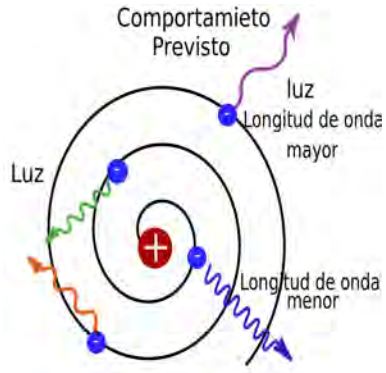
En el crepúsculo del siglo XIX, el electrón fue descubierto por Joseph John Thomson. Thomson se valió de un tubo de rayos catódicos, el cual está hecho con dos terminales capaces de conectarse a una batería con un gas en el interior completamente sellado, en el momento de conectar las placas del tubo, el gas comienza a brillar. Por medio de rayos estrechos, Thomson midió las desviaciones bajo campos magnéticos y eléctricos, y dedujo que el rayo está formado por partículas con carga eléctrica negativa, mucho más pequeñas que un átomo, a estas partículas las nombró "electrón".

Para 1909 el investigador Robert Millikan realizó un experimento que le permitió mesurar el valor de la carga de esta partícula.

Con sus mediciones y las realizadas por Millikan, Thomson construyó un modelo del átomo, en su propuesta, el átomo era una esfera cargada positivamente con electrones de carga negativa, respetando el principio que dice que la materia es eléctricamente neutra. El modelo parecía funcionar muy bien para explicar el origen de las lineas de absorción y emisión de gases. "Si el átomo colisiona con átomos como el de gas caliente, el electrón oscila alrededor de él y emite radiación electromagnética". Todo parecía funcionar muy bien pero en solo dos años los experimentos de Ernest Rutherford aniquilaron esta explicación.

Apenas un año después de que J.J Thomson propusiera su modelo del átomo, Rutherford descubrió que el átomo está hecho de un núcleo muy masivo de carga positiva rodeado de electrones con carga negativa, de esta forma Rurtherford suguirió un modelo similar al planetario, con un núcleo positivo en el centro y electrones girando alrededor de este núcleo.

El modelo antagoniza con la explicación clásica de carga eléctrica en movimiento de la teoría electromagnética, para el electromagnetismo cuando una carga se acelera o gira, esta debe generar radiación electromagnética. Si el modelo fuera válido, la materia siempre emitiría luz y al perder energía el electrón se colapsaría hacia el núcleo.



La física clásica predice que un electrón en órbita irradia continuamente ondas electromagnéticas perdiendo energía en el proceso y colapsando hacia el núcleo en una espiral.

8.4.3. Átomo de Bohr

El fracaso de la física clásica para explicar el comportamiento del átomo en un mundo relativamente estable solo significaba que el modelo de Rutherford era erróneo.

Un modelo acertado tenía que explicar la estabilidad de los átomos, también debía describir cómo los átomos emiten y absorben luz y por lo tanto las líneas espectrales. Niels Bohr propuso un modelo basado en las observaciones de Rutherfod.

Bohr clasificó las orbitas de acuerdo con su nivel de energía, explicó además el origen de las líneas espectrales, por ejemplo cuando un electrón cae de una órbita exterior a una más baja pierde energía emitiendo un fotón que se plasma como una línea especifica del espectro, si un electrón quiere subir un nivel debe absorber un fotón con una energía que se corresponde a un línea del espectro.
Borh solo pudo explicar el espectro del átomo de hidrógeno, sin embargo la explicación de que los electrones emiten o absorben energía en sus transiciones en las diferentes capas del átomo son válidas para cualquier átomo.

1. El electrón se mueve en órbitas circulares en torno al protón bajo la influencia de la fuerza de atracción de Coulomb.

2. Sólo ciertas órbitas son estables y permitidas. En estas órbitas no se emite energía en forma de radiación electromagnética, de modo que la energía total del átomo permanece constante.

3. El átomo de hidrógeno emite radiación cuando el electrón "salta" de un estado inicial más energético a un estado menos energético.

$$E_i - E_f = hf \tag{8.14}$$

E_i = energía del estado inicial
E_f = energía del estado final
$h = 6.626 \times 10^{-34}$ Js
f = frecuencia [Hz]

4. La circunferencia de la órbita de un electrón debe contener un número entero de longitudes de onda de De Broglie.

$$2\pi r = n\lambda$$

Niveles de energía del átomo de Bohr

La energía en un átomo solo puede tener ciertos valores $E_1,\ E_2,\ E_3, \cdots$, es decir la energía esta cuantizada, a los valores correspondientes se les denomina estados estacionarios, y los valores posibles se les denomina niveles de energía por lo que las únicas frecuencias posibles son aquellas de las lineas de emisión.

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2}\ \text{eV} \tag{8.15}$$

E_n = energía de cada orbital
n = orbital

Antes de usar la ecuación(8.8), es necesario establecer algunas definiciones:

Energía de excitación E_e. Es la energía que debe ser suministrada al átomo para elevar el electrón desde el estado base al estado excitado.

Energía ionizante E_i. Es la energía que debemos suministrar para liberar al electrón del átomo cuando el electrón está en el estado base.

Radio de Bohr

El radio de Bohr es el radio de las órbitas circulares permitidas en el átomo de Bohr; $r = 5.29 \times 10^{-11}$ m es el radio de la órbita del primer nivel de energía ($n = 1$) del átomo de hidrógeno.

$$r = n^2(5.29 \times 10^{-11}\ m) \tag{8.16}$$

r = radio en [m]
n = orbital

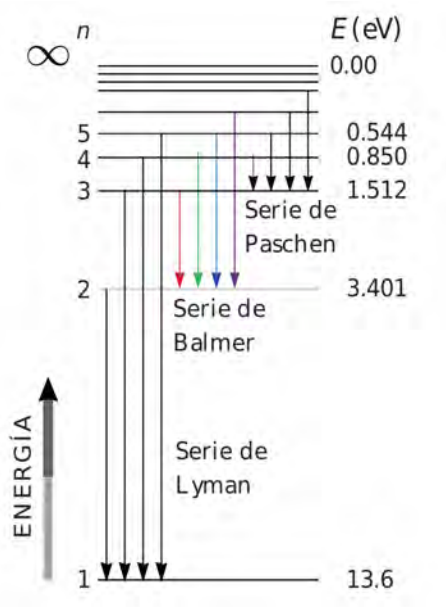


Figura 8.6: Diagrama de niveles de energía para el hidrógeno.

Ejemplo 8.4.2 Átomo de Bohr

Una línea espectral en el espectro del hidrógeno tiene una longitud de onda de 821 nm. ¿Cuál es la diferencia de energías entre los dos estados que dan origen a esta línea?
usaremos el hecho de que el tránsito de energía es igual e la energía del fotón.

SOLUCIÓN

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ \text{J.s})(3 \times 10^{8}\ \text{m/s})}{821 \times 10^{-9}\ \text{m}} = 2.41 \times 10^{-19}\ \text{J}\left(\frac{\text{eV}}{1.6 \times 10^{-19}\ \text{J}}\right) = 1.51\ \text{eV}$$

Ejemplo 8.4.3 Átomo de Bohr

¿Cuáles son las energías de las dos líneas con longitud de onda más larga en la serie de Paschen para el hidrógeno? ¿Cuáles son sus longitudes de onda correspondientes?

SOLUCIÓN

Se tiene interés en la siguientes transiciones. a)$n = 3 \to n = 4$

$$\Delta E_{3,4} = \frac{-13.6\ \text{eV}}{n_3^2} - \frac{-13.6\ \text{eV}}{n_4^2} = -136\ \text{eV}\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right) = 0.66\ \text{eV}$$

Para la longitud de onda $\Delta E = hc/\lambda$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ \text{Js})(3 \times 10^{8}\ \text{m/s})}{(0.66\ \text{eV})(1.6 \times 10^{-19}\ \text{J/eV})} = 1.88 \times 10^{-6}\ \text{m} = 1.88\ \mu\text{m}$$

b) $n = 3 \rightarrow n = 5$

$$\Delta E = \frac{-13.6 \text{ eV}}{n_3^2} - \frac{-13.6 \text{ eV}}{n_4^2} = -136 \text{ eV}\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2}\right) = 0.97 \text{ eV}$$

La longitud de onda:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ Js})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(0.967 \text{ eV})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 1.28 \times 10^{-6} \text{ m} = 1.28 \text{ µm}$$

Ejemplo 8.4.4 Radio de Bohr

Calcule el radio del nivel de Bohr n=4 del átomo clásico de hidrógeno de Bohr.

$$r = n^2(5.29 \times 10^{-11}\ m) = (4^2)(5.29 \times 10^{-11}\ m) = 0.8464 \times 10^{-9} \text{ m} = 0.85 \text{ nm}$$

SOLUCIÓN

8.4.4. Átomos hidrogenoides

Aunque las predicciones de Bohr fallan para átomos diferentes al hidrógeno, sus resultados se pueden utilizar en para predecir las lineas espectrales de átomos grandes que solo conservan un electrón (átomos hidrogenoides), por ejemplo el el helio simplemente ionizado He^+, o el litio doblemente ionizado Li^+.

En ellos, la carga nuclear no es e, sino Ze, donde Z es el número atómico igual a la cantidad de protones, y e es igual a la carga del protón; así la energía de los diferentes orbitales y su radio se calculan de la siguiente manera:

$$E_n = -\frac{13.6Z^2}{n^2} \text{ eV} \tag{8.17}$$

E_n = energía de carda orbital
n = orbital
Z= número atómico del elemento

$$r_n = \frac{n^2(5.29 \times 10^{-11})}{Z} \text{m} \tag{8.18}$$

r = radio del orbital [m]
Z = número atómico
n = orbital

Ejemplo 8.4.5 Átomos hidrogenoides

¿Cuáles son las dos longitudes de onda de fotón más largas que un átomo de helio simplemente ionizado (en su estado base) absorberá más fuertemente?

SOLUCIÓN

Hemos de calcular los niveles de energía para cada valor de n y después calcular las longitudes de onda.

$$E_1 = \frac{-13.6Z^2}{n_1^2} = \frac{-13.6(2^2)\ eV}{1^2} = -54.4 \text{ eV}$$

$$E_2 = \frac{-13.6Z^2}{n_1^2} = \frac{-13.6(2^2)\ eV}{2^2} = -13.6 \text{ eV}$$

$$E_3 = \frac{-13.6Z^2}{n_1^2} = \frac{-13.6(2^2)\ eV}{3^2} = -6.04 \text{ eV}$$

$$\Delta E_{1\to 2} = -13.6\ eV - (-54.4\ eV) = (40.8\ eV)\left(\frac{1.6\times 10^{-19}\ J}{eV}\right) = 6.258\times 10^{-18}\text{ J}$$

$$\Delta E_{1\to 3} = -6.04\text{ eV} - 54.4\text{ eV} = (47.96\text{ eV})\left(\frac{1.6\times 10^{-19}\ J}{eV}\right) = 7.67\times 10^{-18}\text{ J}$$

las longitudes de onda son:

$$\lambda_{1\to 2} = \frac{hc}{E_1 - E_2} = \frac{(6.626\times 10^{-34}\text{ Js})(3\times 10^8\text{ m/s})}{6.258\times 10^{-18}\text{ J}} = 30.45\times 10^{-9}\text{ m} = 30\,4\text{ nm}$$

$$\lambda_{1\to 2} = \frac{hc}{E_1 - E_3} = \frac{(6.626\times 10^{-34}\text{ Js})(3\times 10^8\text{ m/s})}{7.67\times 10^{-18}\text{ J}} = 25.9\times 10^{-9}\text{ m} = 26\text{ nm}$$

Efecto fotoeléctrico

1. Cuando un haz de luz con 350 nm de longitud de onda cae sobre una superficie de potasio, se emiten electrones que tienen una energía cinética máxima de 1.31 eV. Encuentre a) la función de trabajo del potasio, b) la longitud de onda de corte y c) la frecuencia correspondiente a la longitud de onda de corte.
Resp. a) 2.24 eV, b) 555 nm c) 5.41×10^{14} Hz

2. La función de trabajo para el platino es 6.35 eV.

   a) Convierta el valor de la función de trabajo de electrón- volts a joules.

   b) Encuentre la frecuencia de corte para el platino.
   c) ¿Qué longitud de onda máxima de luz incidente sobre platino libera fotoelectrones de la superficie del platino?
   d) Si luz con 8.50 eV de energía incide sobre el zinc, ¿cuál es la máxima energía cinética de los fotoelectrones expulsados? Proporcione su respuesta en electrón-volts.
   Resp. a) 1.02×10^{-18}, J, b) 1.53×10^{15}, Hz, c) 196 nm y d) 2.15 eV

3. En un experimento fotoeléctrico, una luz de 400 nm incide sobre cierto metal y algunos fotoelectrones son emitidos. El potencial necesario para contener el flujo de electrones es 0.20 V. ¿Cuál es la energía de los fotones incidentes en este caso? ¿Cuál es la función de trabajo? ¿Cuál es la frecuencia de umbral?
   Resp. 3.11 eV, 2.91 eV, 7.02×10^{14} Hz

Principio de De Broglie

4. ¿Cuál es la longitud de onda de De Broglie para un protón ($m = 1.67 \times 10^{-27}\ kg$) cuando se mueve con una rapidez de $2 \times 10^7\ m/s$?
   Resp. 1.99×10^{-14} m

5. ¿Cuál es la longitud de onda de De Broglie de las ondas asociadas a un electrón que ha sido acelerado a través de una diferencia de potencial de 160 V?
   Resp. 9.71×10^{-11} m

6. ¿Qué diferencia de potencial se requiere en un microscopio electrónico para dar a un electrón una longitud de onda de 50 pm?
   Resp. 600 V

Series espectrales

7. a) Calcule las longitudes de onda de las primeras tres lineas de la serie de Lyman.
   b) Identifique la región del espectro electromagnético en el cual aparecen estas líneas.
   Resp. a) 121.5 nm, 102.5 nm, 97.20 nm y b) Ultravioleta lejano

8. Un átomo de hidrógeno emite un fotón con 656 nm de longitud de onda. ¿Desde cuál órbita energética hacia cuál órbita de menor energía salta el electrón?
   Resp. $E = 21.51\ eV$ $(n = 3)$ a $E = 23.40\ eV$ $(n = 2)$

9. ¿Cuál es la energía de un fotón que, cuando lo absorbe un átomo de hidrógeno, podría causar una transición electrónica desde a) el estado $n = 2$ al estado $n = 5$, y b) el estado $n = 4$ al estado $n = 6$?
   Resp. a) 2.86 eV, b) 0.472 eV

Capítulo 9

Radiactividad, radioisótopos, fisión y fusión nuclear

El núcleo atómico está formado por una combinación de dos partículas[1]: el **protón** y el **neutrón**. El protón tiene una carga eléctrica igual a la del electrón en magnitud pero de signo positivo mientras que el neutrón es eléctricamente neutro. Al conglomerado de estas partículas se les conoce como **nucleones**. Cada nucleón está formado por tres partículas más pequeñas llamadas **quarks**, que se consideran fundamentales y no están compuestas de partículas más pequeñas.

9.1. Núcleo atómico

A excepción del hidrógeno, que solo pose un protón, todos los demás elementos poseen protones y neutrones, a esta combinación se le llama **núcleones**, e indica el elemento químico con el que se está tratando. A estos elementos químicos se les asignan números de acuerdo a la cantidad de protones y neutrones en núcleo.

- El número atómico **Z**, es igual al cantidad de protones en el núcleo.
- El número de neutrones **N**, es igual al número de neutrones en el núcleo.
- El número de masa **A** de un elemento, es igual al número total de protones y neutrones que hay en su núcleo.

$$A = Z + N \tag{9.1}$$

Par especificar el núcleo del que se está hablando se utiliza la siguiente notación.

$$^{A}_{Z}\mathrm{X}$$

Lo primero que se debe notar, es que el total de masa en un núcleo estable siempre es menor que el total de la suma de las masas individuales de protones y neutrones puestos juntos.

[1]Estas partículas también tienen propiedades ondulatorias, pero para facilitar su visualización las trataremos simplemente como *partículas*.

9.1.1. Isótopos

Un átomo posee el mismo número de protones y electrones para permanecer eléctricamente neutro, pero en el núcleo no siempre el número de protones y neutrones es igual, cuando el numero de protones y neutros es diferente tememos un isótopo, por ejemplo: ${}^{11}_{6}\mathrm{C}$, ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$, ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$, ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$,y ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ son todos ellos isótopos de Carbono.

Se denominan isótopos a los átomos de un mismo elemento, cuyos núcleos tienen una cantidad diferente de neutrones, y por lo tanto, difieren en número másico.

Ejemplo 9.1.1 Isótopos

¿Cuántos protones y cuántos neutrones hay en un núcleo del isótopo más común de a) silicio, ${}^{28}_{14}\mathrm{Si}$; b) rubidio, ${}^{85}_{37}\mathrm{Rb}$; c) talio, ${}^{205}_{81}\mathrm{Tl}$?

SOLUCIÓN

a)$p = 14$,$n = 14$

b) El símbolo del rubidio indica que el número atómico es 37 y el numero de masa es 85, que es la suma de protones y neutrones así

$$N = A - Z = 85 - 37 = 48 \text{ neutrones}$$

Por lo que $p = 37$, $n = 48$

c)$p = 81$, $n = 124$

9.1.2. Unidad de masa atómica y energía en reposo

Por definición, una unidad de masa atómica, 1 u, es exactamente 1/12 de la masa de un átomo de carbono en la forma común en que se encuentra en la Tierra. Por tanto, es evidente que la relación entre el kilogramo y la unidad de masa atómica es $1u = 1.6606 \times 10^{-27}$ kg. Las unidades de masa atómica más importantes son:

- Masa del protón $= m_p = 1.007276$ u.
- Masa del neutrón $= m_n = 1.008665$ u.
- Masa del electrón $= m_e = 0.00055$ u .

9.1.3. Energía de enlace

En un núcleo en reposo siempre la suma de los protones y neutrones individuales es mayor que la masa del núcleo, y como sabemos la equivalencia entre energía y masa, podemos decir que la energía del núcleo es menor que la energía combinada de los nucleones separados. Esta diferencia en energía se llama **energía de enlace** y es la energía mínima necesaria para romper el núcleo y separa protones y neutrones.

Partícula	Símbolo	Masa [u]	Carga
Protón	p, ${}^{1}_{1}$H	1.007276	^{+}e
Neutrón	n, ${}^{1}_{0}$n	1.008665	0
Electrón	e^{-}, β^{-}, ${}^{0}_{-1}$e	0.0005486 u	^{-}e
Positrón	e^{+}, β^{+}, ${}^{0}_{+1}$e	0.0005486 u	^{+}e
Partícula alfa	α, ${}^{4}_{2}$He	4.0015 u	$+2e$

Cuadro 9.1: Masa atómica y carga de las principales partículas.

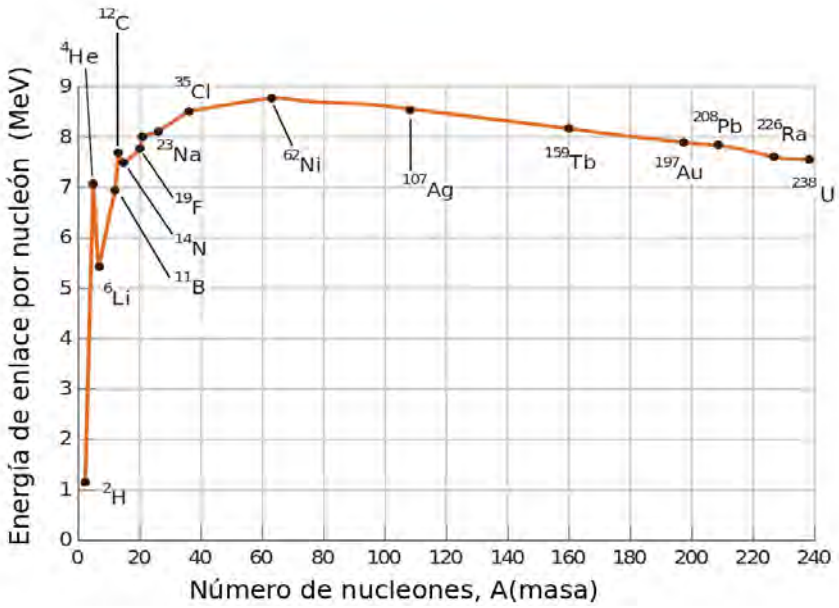


Figura 9.1: Energía de enlace para los nucleones como función del número de masa A.

Esta energía de enlace se calcula de la siguiente manera:

$$E_B = (ZM_H + Nm_n - {}^{A}_{Z}\mathrm{M})(931.5\ \mathrm{MeV}) \tag{9.2}$$

${}^{A}_{Z}$M = masa del átomo neutro
Z = número atómico
M_H = masa combinada de un protón mas, un electrón = 1.007825 u
M_n = masa del neutrón = 1.008665 u

Ejemplo 9.1.2 Energía de enlace

Determine la energía de enlace del ${}^{107}_{47}$Ag que tiene una masa atómica de 106.905 u.

SOLUCIÓN

Hemos de calcular la diferencia de masa, la cual es igual a $\Delta m = ZM_H + Nm_p -$(masa atómica del ${}^{107}_{47}$Ag). Las operaciones en vertical facilitaran los cálculos, así por sustitución tenemos

$47m_H$	$= 47(1.007825\ u)$	$= 47.3677$ u
$60m_n$	$= 60(1.008665\ u)$	$= 60.5199$ u
	Total	$=107.8876$ u
Se resta la masa de	${}^{107}_{47}\text{Ag}$	$=-106.906$u
	Δm	$= 0.9816$ u

$$E_B = (0.9816 \text{ u})(931.5 \text{ MeV}) = 914.36 \text{ MeV}$$

9.2. Fuerza fuerte

Ahora debemos preguntarnos qué mantiene a los núcleos atómicos unidos, por ejemplo los neutrones no tienen ningún problema de permanecer unidos pero los protones que están cargados positivamente se deberían repeler; es evidente que debe existir otra fuerza que los mantenga unidos, y que sea mayor a la fuerza eléctrica. A esta fuerza se le conoce como **fuerza fuerte**, la cual actúa entre protones, y ente protones y neutrones haciendo que los nucleones se atraigan.

Esta fuerza es una fuerza de corto alcance, solo actúa en distancias muy pequeñas si la distancia es de 10^{-15} m, a valores mayores la fuerza es igual a cero.

Ya que la fuerza fuerte actúa a distancias cortas, átomos grandes con un número atómico grande necesitan neutrones adicionales para superar la fuerza de repulsión electromagnética y así mantener la estabilidad al interior del núcleo . Esto neutrones extras son necesarios en átomos con números atómicos mayores al plomo (82).

Cuando los átomos son inestables, estos se descomponen hacia estados más estables; a esto se le conoce como decaimiento nuclear, que siempre está acompañado de un desprendimiento de partículas cargadas y radiación la cual conocemos como radiactividad.

La radiactividad natural fue observada por primera vez por Henri Becquerel, quien notó que un trozo de mineral que contenía uranio afectó una placa fotográfica cubierta por un papel, incluso con el papel bloqueando la luz. La radiación del uranio penetró y dejó marcas sobre la placa.

Años después varios científicos estudiaron estas radiaciones y las clasificaron en tres tipos de acuerdo con el tipo de partículas y al poder de penetración

9.3. Decaimiento alfa

El decaimiento alfa se produce cuando un núcleo inestable pierde dos protones y dos neutrones, transmutando en otro elemento en el proceso.

En el decaimiento alfa existe una partícula padre con un núcleo inestable que decae en un núcleo hijo, o partícula α, la cual es en realidad un núcleo de helio; el proceso ocurre porque el núcleo es demasiado grande y la fuerza fuerte ya no es eficiente para mantener al núcleo unido.

$$ {}^{A}_{Z}\text{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\text{Y} + {}^{4}_{2}\text{He}$$

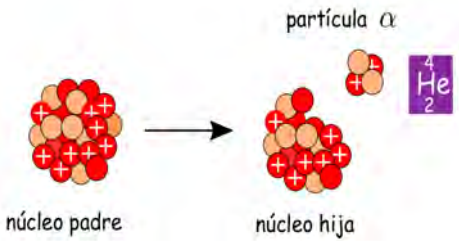


Figura 9.2: Desintegración α.

Notamos que en la radiación α el número atómico disminuye en dos, mientras que la masa atómica es 4 veces menor .

El decaimiento alfa es posible siempre que la masa del átomo neutro original sea mayor que la suma de las masas del átomo neutro final y el átomo neutro de helio 4.

La energía producida por desintegración alfa es

$$Q = 931.5 \text{ MeV}[m_p - (m_d + m_\alpha)] \tag{9.3}$$

Q =Energía producida durante la desintegración [MeV] m_p= masa de partícula padre [u]
m_d= masa de la partícula hija [u]
m_α= masa de la partícula alfa = 4.0026 [u]

9.4. Decaimiento beta

9.4.1. Decaimiento β^-

En el decaimiento β^- existen demasiados neutrones en el núcleo, un neutrón se descompone en un protón y en un electrón, el protón es capturado por el átomo, y el electrón es despedido.

Este electrón posee un enorme energía y es llamado partícula β^-; puesto que el núcleo padre pierde un neutrón y gana un protón, la masa atómica permanece igual pero el numero atómico se incrementa en una unidad, así nace un nuevo elemento con un número mayor en la tabla periódica.

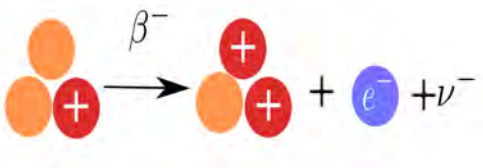


Figura 9.3: Desintegración β^-.

$$^A_Z\text{X} \rightarrow {}^A_{Z+1}\text{X} \rightarrow e^- + \nu^-$$

La energía de la desintegración β^- es igual a

$$Q = 931.5 \text{ MeV}(m_p - m_d) \tag{9.4}$$

Q = energía producida durante la desintegración [MeV] m_p = masa de la partícula padre [u]
m_d = masa de la partícula hija [u]

El electrón emitido en la desintegración β^- es creado en el interior del núcleo. El origen yace en la fuerza débil, pues los neutrones cambian a protones y en el proceso para conservar la carga emiten un electrón.

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$$

Ejemplo 9.4.1 Energía de la desintegración β^-

La masa atómica del ^{14}C es 14.003242 u. Calcule la energía liberada en la desintegración β^-.

SOLUCIÓN

Analicemos el proceso $^{14}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + \beta^- + \bar{\nu}$

$^{14}_{6}$C	m_p	= 14.003242 u
$^{14}_{7}$N	m_d	=-14.003074 u
	$m_p - m_d$	= 0.000168 u

Por lo que la energía Q es igual a

$$Q = (0.000168\ u)(931.5 \times 10^6\ \mathrm{eV}) = 156.4 \times 10^3\ \mathrm{eV} = 156\ \mathrm{keV}$$

9.4.2. Decaimiento β^+

El proceso de decaimiento β^+ ocurre cuando en un isótopo existen muchos protones en el núcleo; un protón se transforma en un neutrón y en una partícula beta llamada positrón e^+. El positrón tiene la misma masa que el electrón y un mismo valor de carga que el electrón pero positiva.

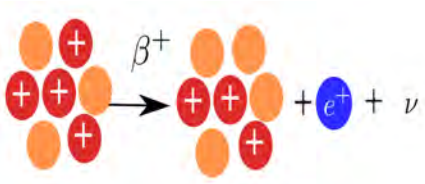


Figura 9.4: Desintegración β^+; muchos protones en el núcleo

Ya que el núcleo pierde un protón y gana un neutrón, la masa atómica permanece igual pero el número atómico se decrementa en uno.

$$^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}_{Z-1}{}^{A}\mathrm{X} \rightarrow e^+ + \nu$$

La energía del la desintegración β^+ es

$$Q = 931.5\ \mathrm{eV}(m_p - m_d - 2m_e) \tag{9.5}$$

Q = energía producida durante la desintegración [MeV] m_p = masa de la partícula padre [u]
m_d = masa de la partícula hija [u]
$m_e = 0.0005486\ u$ = masa del electrón

El decaimiento beta es provocado por la fuerza débil, la cual altera los quarks; esta fuerza débil es la causante de la transformación de neutrones a protones.

$$p \rightarrow n + e^{+}\nu$$

Ejemplo 9.4.2 **Energía de la desintegración β^+**

La masa atómica del ^{107}C es 106.9182 u. Calcule la energía liberada en la desintegración β^+.

SOLUCIÓN

Analicemos el proceso $^{107}_{49}\text{In} \longrightarrow {}^{107}_{48}\text{Cd} + \beta^+ + \nu$

$^{14}_{6}$C	m_p	= 106.9182 u
$^{14}_{7}$N	m_d	=-106.9065 u
	$2m_e$	=- 0.0011 u
	$m_p - m_d - 2m_e$	=0.0106 u

Por lo que la energía Q es igual a

$$Q = (0.0106\ u)(931.5 \times 10^6\ \text{eV}) = 9.9 \times 10^6\ \text{eV} = 9.9\ \text{MeV}$$

9.5. Decaimiento gamma

El tercer tipo radiación, es la desintegración gamma γ. Esta radiación es el resultado de transiciones en un núcleo excitado a estados más bajos de energía, el átomo emite radiación para liberar algo de energía adicional, la energía se libera en forma de fotones conocidos como rayos gamma, la energía extra puede ser el resultado de colisiones violentas con otras partículas. Sin embargo, es más común que un núcleo se encuentre en un estado excitado como resultado de un decaimiento alfa o beta.

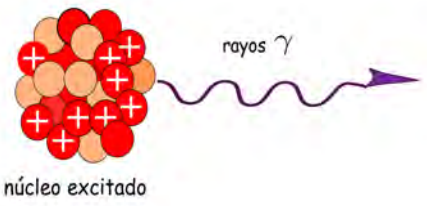


Figura 9.5: Radiación gamma

A diferencia de la desintegración alfa o beta, en la desintegración gamma no existe una transmutación de elementos, en vez de eso el núcleo solo decae en un estado menos excitado y emite un fotón gamma γ, el cual representa radiación electromagnética de alta frecuencia.

El decaimiento γ se expresa de como

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{N}^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{N} + \gamma, $$

donde el asterisco significa "estado excitado" del núcleo.
Un ejemplo de este tipo de radiación es la producida por el radio 137.

Ejemplo 9.5.1 Radiactividad

¿Qué núclido se produce en las siguientes desintegraciones radiactivas? a) Decaimiento α de ${}^{239}_{94}\mathrm{Pu}$; b) decaimiento β^{-} de ${}^{24}_{11}\mathrm{Na}$; c) decaimiento β^{+} de ${}^{15}_{8}\mathrm{O}$.

SOLUCIÓN

Para en inciso a) la desintegración α es

$$ {}^{239}_{94}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{235}_{92}\mathrm{U} + \alpha $$

Para el inciso b) la desintegración β^{-} es

$$ {}^{24}_{11}\mathrm{Na} \rightarrow {}^{24}_{12}\mathrm{Mg} + e^{-} + \nu^{-} $$

Para el inciso c) la desintegración β^{+} es

$$ {}^{15}_{8}\mathrm{O} \rightarrow {}^{15}_{7}\mathrm{N} + e^{+} + \nu $$

9.6. Radiactividad

Un núcleo atómico busca la estabilidad como acabamos de ver en las secciones anteriores; ciertas combinaciones de nucleones hacen al núcleo más estable. Cuando un núcleo se descompone hablamos de radiactividad. En este punto nos interesa saber qué tan rápido y cuánto material se transmuta.

Definimos la vida media $T_{1/2}$ de un átomo como **el tiempo que tarda en decaer la mitad de un número dado de núcleos radiactivos**. Por ejemplo, la vida media del fósforo 32 es de 14.3 días, si se empieza con 100 gr, en 2 semanas se tendrán 50 gr menos y después de otras dos semanas solo 25 gr.

La velocidad de desintegración de un material radiactivo, denominada **actividad, R**, o velocidad de desintegración, es directamente proporcional al número de átomos presentes.

$$ R = \left| \frac{\Delta N}{\Delta t} \right| = \lambda N_0 \tag{9.6} $$

R = actividad s^{-1}
Δt = variación del tiempo
N_0 = número inicial de núcleos
ΔN = cambio en el número de núcleos
λ = constante de desintegración

El número N de núcleos que permanecen después de un tiempo t disminuye exponencialmente

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{9.7}$$

mientras que la relación con la constante de decaimiento λ y la vida media $T_{1/2}$ esta dada por

$$T_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda} \tag{9.8}$$

Ejemplo 9.6.1 Constante de decaimiento

¿Cuál es la constante de decaimiento del $^{238}_{92}$U cuya vida media es 4.5×10^9 años.

SOLUCIÓN

Despejamos
$T_{1/2} = \dfrac{0.693}{\lambda}$

$$\lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{4.5 \times 10^9 \text{ años}} = 1.54 \times 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

Ejemplo 9.6.2 Actividad

¿Qué fracción de una muestra de $^{68}_{32}$Ge cuya vida media es de aproximadamente 9 meses, permanecerá después de 2 años?

SOLUCIÓN

Lo que buscamos en la razón N/N_0, lo que es igual a decir $N/N_0 = e^{-\lambda t}$, así obtenemos primero el valor de λ

$$\lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{9 \text{ meses}} = 0.077 \text{ meses}^{-1}$$

Por lo que el valor del cociente es igual a

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{(-0.077 \text{ meses}^{-1})(24 \text{ meses})} = 0.157$$

Ejemplo 9.6.3 Masa de desintegración

¿Qué masa de $^{60}_{27}$Co tiene un actividad de 3.7×10^{10} desintegraciones/s? La vida media del cobalto 60 es de 5.25 años.

SOLUCIÓN

Es necesario transforma la vida media en segundos y obtener la constante de desintegración, a partir de este punto podemos conseguir el número de núcleos involucrados.

$$T_{1/2} = 5.25 \text{ año} \left(\frac{3.156 \times 10^7 \ s}{\text{año}} \right) = 165.69 \times 10^6 \text{ s}$$

$$\lambda = \frac{0.693}{165.96 \times 10^6 \text{ s}} = 4.182 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

Despejamos N de la actividad $R = \lambda N$

$$N = \frac{R}{\lambda} = \frac{3.7 \times 10^{10} \text{ desintegraciones/s}}{4.182 \times 10^{-9}\ s - 1} = 8.84 \times 10^8 \text{ nucleos}$$

que es también el número de átomos de cobalto presentes; la masa atómica del cobalto es de 59.933806 u.

$$= (59.933806\ u)(8.84 \times 10^8 \text{ nucleos})(1.627 \times 10^{-27} \text{ kg}) = 8.65 \times 10^{-7} \text{ kg}$$

9.7. Fisión nuclear

La fisión nuclear es un proceso que consiste en la división de un núcleo pesado en dos fragmentos más pequeños. El tamaño de los fragmentos casi siempre es desigual; de forma natural la fisión es muy poco frecuente. La fisión es importante por sus aplicaciones prácticas ya que libera neutrones y una gran cantidad de energía.

Existen muchas maneras de provocar la fusión pero casi siempre se consigue por golpear un núcleo de uranio con un neutrón de alguna otra fuente, cuando esto ocurre el uranio se separa en dos átomos más pequeños. Una vez que sucede la reacción, se genera kripton, bario, 3 neutrones y energía, la cual es principalmente energía cinética de las partículas que escapan, y que es inmediatamente transferida a los alrededores como calor, algo de esta energía es liberada en forma radiación electromagnética, como luz visible, rayos X, y radiación gamma.

$$n + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{92}_{35}\text{Kr} + {}^{141}_{56}\text{Br} + 3n + \text{energía}$$

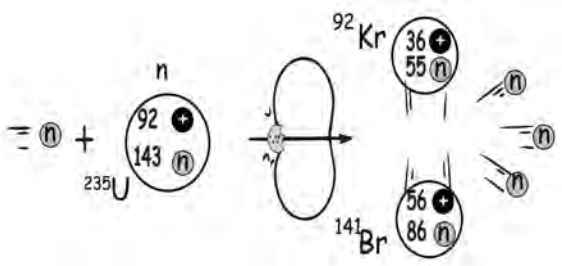


Figura 9.6: Fisión de un núcleo ${}^{235}_{92}\text{U}$ después de la captura de un neutrón.

La reacción de fisión nuclear es una reacción en cadena ya que cada átomo de uranio al descomponerse libera tres neutrones.

9.8. Fusión nuclear

La fusión nuclear es un proceso opuesto al de la fisión. En esta transformación, núcleos pequeños chocan para forman núcleos pesados, la energía cinética que se les debe impartir es alta, a fin de

romper con la barrera de la repulsión eléctrica entre ellos y ponerlos en contacto, una vez en juntos la fuerza fuerte hace el trabajo de unirlos.

Debido a que la fuerza eléctrica aumenta con el número de protones en el núcleo, romper la repulsión entre cargas es más factible en elementos ligeros de bajo numero atómico.

La fusión es una metamorfosis que tiene lugar al interior de las estrellas. Dentro de los astros las temperaturas son muy elevadas, del orden de millones de grados; esta temperatura imprime una gran cantidad de energía cinética a las partículas, energía necesaria para aproximar a los protones.

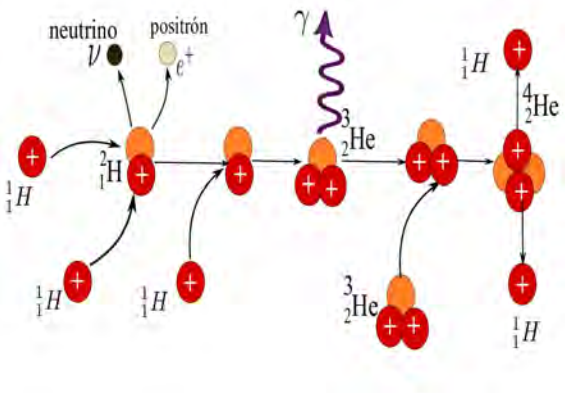


Figura 9.7: Fases de la fusión nuclear del hidrógeno.

La reacción involucra pequeños núcleos, isótopos de hidrógeno y de helio; esta reacción comienza cuando dos núcleos de hidrógeno son acelerados por una fuente de energía muy alta, los átomos se unen para formar un átomo de deuterio, un isótopo de hidrógeno

$$2^1_1\mathrm{H} \rightarrow {}^2_1\mathrm{H} + {}^0_1\mathrm{e} + \text{energía}$$

.

Esta fusión de partículas libera positrones y algo de energía en forma de calor, en el proceso otro átomo de hidrógeno se une al deuterio para formar helio 3, este paso también libera mucha energía en forma de radiación gamma.

$$^1_1\mathrm{H} + {}^2_1\mathrm{H} \rightarrow {}^3_2\mathrm{He} + \gamma$$

Cuando dos átomos de helio 3 se fusionan, forman un átomo de helio 4, así como dos átomos de hidrógeno, los cuales pueden volverse a utilizar para recomenzar el proceso nuevamente; este último proceso libera una enorme cantidad de energía principalmente en forma de radiación gamma; se trata de un tipo de reacción en cadena, pero no es eterna, esta reacción requiere un total de 6 átomos de hidrógeno pero solo produce al final 2 átomos en forma de helio, por esta razón la reacción siempre requiere una reserva de hidrógeno.

Propiedades nucleares

1. ¿Cuántos protones, neutrones y electrones posee un átomo de $^{235}_{92}$U.
   Resp. 92,143,92

2. Estime la energía de enlace para el $^{63}_{29}$Cu que tiene un masa atómica de 62.929595.
   Resp. 550 MeV

3. Encuentre la partícula o núcleos faltantes:
   (a) $^{45}_{20}\text{Ca} \rightarrow ? + e^- + \bar{\nu}$
   (b) $^{46}_{24}\text{Cr} \rightarrow {}^{46}_{23}\text{V} + ?$
   (c) $? \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{140}_{28}\text{Ce}$
   (d) $^{58}_{29}\text{Cu}^{*} \rightarrow ? + \gamma$

Decaimiento radiactivo

4. La constante de decaimiento de un núcleo dado es 3.2×10^{-5} s^{-1}. ¿Cuál es su vida media?
   Resp. 6 h

5. El cesio 124 tiene una vida media de 31 s. ¿Qué fracción de una muestra de cesio 124 quedará después de 0.10 h ()convertir de horas a segundo).
   Resp. 0.000 32

6. Suponga una muestra pura de 4.0 gr de galio 67 radiactivo. Si la vida media es de 78 h, ¿cuánto tiempo se requiere para el decaimiento de 2.8 g de esta muestra?
   Resp. 135.5 h

7. ¿Qué fracción de una muestra queda después de exactamente 6 vidas medias? Sugerencia: eleve $\frac{1}{2}$ a la 6 potencia.
   Resp. 0.015625

Referencias

Acosta, Cowan, y Graham. (2000). *Curso de física moderna* (1.ª ed.). México: Harla.
Beuche, F. (2007). *Física general* (4.ª ed.). México: McGraw-Hill.
Giancoli, D. (2008). *Física principios con aplicaciones* (6.ª ed., Vol. 2). México: Pearson.
Giancoli, D. (2009). *Física para ciencias e ingeniería* (6.ª ed., Vol. 2). México: Pearson.
Hewitt, G., Paul. (2016). *Física conceptual* (12.ª ed.). México: Pearson.
Sears, y Zemansky. (2017). *Física universitaria* (12.ª ed., Vol. 2). México: Pearson.
Serway, R. (2017). *Fundamentos de física* (9.ª ed., Vol. 2). México: Pearson.
Tipler, P., y Mosca, G. (2015). *Física para la ciencia y la tecnología* (6.ª ed., Vol. 2). España: Reverte.
Tippens, E., Paul. (2011). *Física conceptos y aplicaciones* (7.ª ed.). México: McGraw-Hill.
Wilson, y Buffa. (2007). *Física* (6.ª ed.). México: Pearson.
Zemansky, W., Mark. (1990). *Calor y termodinámica* (6.ª ed.). México: McGraw-hill.
Zitzewitz, W., Paul. (2006). *Física principios y problemas* (1.ª ed.). México: McGraw-Hill.

Índice alfabético

A
Actividad, 124
aislantes, 31
amplitud de onda, 70

C
campo eléctrico, 16
campo magnético, 45
carga, 10
conductores, 31
Contracción de la longitud, 94
corriente eléctrica, 32
Cuerpo negro, 99

D
diferencia de potencial, 27
difracción, 74, 85
Dilatación del tiempo, 93
disperción, 83

E
Efecto fotoeléctrico, 102
Espectros de absorción y emisión, 108

F
flujo magnético, 59
frecuencia, 70
Fuerza de Lorentz, 48
Función de trabajo, 103

G
generador c.a, 63
generador eléctrico , 63
gnenerador c.c, 64

I
imán, 45
interferencia, 83

L
Ley de Ampere, 47
Ley de Ampère, 51
Ley de Coulomb, 12
Ley de Faraday, 60
Ley de Gauss del magnetismo, 46
Ley de Lenz, 61
ley de Lenz, 61
Ley de Ohm, 35
longitud de onda, 70

M
magnetismo, 45

O
onda, 70
onda longitudinal, 72
onda transversal, 72
ondas electromagnéticas, 77
ondas mecánicas, 73

P
periodo, 70
polos, 45
potencia eléctrica, 35
potencial eléctrico, 24
primer postulado de la relatividad, 91

R
reflexión, 73, 79
refracción, 79
Regla de la mano derecha, 48
Resistencia eléctrica, 34

S
segundo postulado de la relatividad , 91

V
Vida media , 124

Programa de Apoyo al Egreso (PAE)

Cuarderno de Trabajo

Física II

2020

Elaboraron:
Jacobo López Suárez
Salvador Gómez Moya
Ricardo Monroy Gamboa
Federico Ortiz Trejo
José Iván Díaz Moya
Óscar González Déciga

Coordinador:
Salvador Gómez Moya